Beiträge zur Bilanzierung von Pensionskassenverpflichtungen

INAUGURALDISSERTATION

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Philosophie
vorgelegt der
Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Basel

von
IRÈNE HÄBERLE
aus Hergiswil (Nidwalden)

Verlag Herbert Lang & Cie AG Bern
1970

Irène Häberle

Beiträge zur Bilanzierung von Pensionskassenverpflichtungen

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546022_0044

Beiträge zur Bilanzierung von Pensionskassenverpflichtungen

INAUGURALDISSERTATION

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Philosophie
vorgelegt der
Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Basel

von
IRÈNE HÄBERLE
aus Hergiswil (Nidwalden)

Verlag Herbert Lang & Cie AG Bern
1970

Genehmigt von der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät auf Antrag der Herren Professoren Dr. E. Zwinggi und Dr. P. Leepin.

Basel, den 26. Mai 1970 Prof. Dr. Silvio Fallab, Dekan

Diese Arbeit erscheint ebenfalls in der Reihe Volks- und Betriebswirtschaft der Europäischen Hochschulschriften (Verlag Herbert Lang & Cie AG, Bern).
Reihe V / Bd. 23

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

© Herbert Lang & Cie AG Bern, 1970. Alle Rechte vorbehalten.

Nachdruck oder Vervielfältigung auch auszugsweise in allen Formen wie Mikrofilm, Xerographie, Mikrofiche, Mikrocard, Offset verboten.

Druck: Lang Druck AG, Liebefeld/Bern (Schweiz)

INHALTSVERZEICHNIS

E I N L E I T U N G 7

I. T E I L: T H E O R E T I S C H E G R U N D L A G E N

A DURCHSCHNITTSPRAEMIE 9

1. Durchschnittsprämie der geschlossenen Gesamtheit 9
2. Durchschnittsprämie der offenen Gesamtheit 1o

B EINTRITTSGEWINN 12

1. Resultate von Werner Möschler 12
2. Zusammenhang zwischen Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn 12
3. Eintrittsgewinn 13
4. Fehlbetrag 13
5. Zusammenhang zwischen Fehlbetrag und Deckungskapital 14
6. Prospektives und retrospektives Deckungskapital 14

II. T E I L: M O D E L L K A S S E 1

A BESTIMMUNG DER MODELLKASSE 1 15

1. Altersstrukturen 15
2. Prämienpflicht und Leistungen 16
3. Rechnungsgrundlagen 16

B DURCHSCHNITTSPAEMIE DER GESCHLOSSENEN GESAMTHEIT VON 1000 AKTIVEN MAENNERN 16

1. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/22/3½% 16
2. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/37/3½%/I 17
3. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/50/3½% 18
4. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/6o/3½%/A 19
5. Abweichungen, verursacht durch vereinfachte Methode 19
6. Abweichungen bei Veränderung der Rechnungsgrundlagen 2o

C DURCHSCHNITTSPRAEMIE DER OFFENEN, KONSTANTEN GESAMTHEIT VON 1000 MAENNERN 22

1. Berechnung 22
2. Durchschnittsprämien nach den vier Grundlagen bei verschiedenen Eintrittsaltern 22
3. Abweichungen bei Veränderung der Rechnungsgrundlagen 22

4. Abweichungen bei verschiedenen Eintrittsaltern 23
5. Vergleich zwischen den Durchschnittsprämien der geschlossenen und der offenen, konstanten Gesamtheit 23

D EINTRITTSGEWINN 23

1. Eintrittsgewinn der offenen, konstanten Gesamtheit mit dazugehöriger Durchschnittsprämie 23
2. Eintrittsgewinn der offenen, konstanten Gesamtheit mit der Durchschnittsprämie der entsprechenden geschlossenen Gesamtheit 25
3. Abweichungen, verursacht durch die Wahl der Durchschnittsprämien 26
4. Vergleich zwischen mit P_{Δ} berechneten und mit P berechneten Eintrittsgewinnen 26
5. Abweichungen bei Veränderung der Rechnungsgrundlagen 26

E GESAMTHEIT VON AKTIVEN UND RENTNERN 27

1. Belastungen durch die Aktiven und Rentner 27
2. Durchschnittsprämie für eine Gesamtheit von Aktiven und Rentnern 27
3. Eintrittsgewinn einer Gesamtheit von Aktiven und Rentnern 28
4. Vergleich zwischen der Gesamtheit von Aktiven und der Gesamtheit von Aktiven und Rentnern 29

F VERGLEICH ZWISCHEN DEN BERECHNUNGEN FUER MAENNER UND FRAUEN ZU EVK/60/3½%/A 31

1. Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn für eine Gesamtheit von 1000 Männern 31
2. Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn für eine Gesamtheit von 1000 Frauen 31
3. Vergleich zwischen den Ergebnissen für Männer und Frauen 32

G OFFENE, NICHT KONSTANTE GESAMTHEIT 33

1. Bestandesfunktion 33
2. Durchschnittsprämie einer offenen, zwischen a und b steigenden oder sinkenden Gesamtheit 35
3. Eintrittsgewinn der offenen, konstanten Gesamtheit, berechnet mit den verschiedenen Durchschnittsprämien 36
4. Eintrittsgewinn einer offenen, zwischen a und b steigenden Gesamtheit 37
5. Eintrittsgewinn einer offenen, zwischen a und b sinkenden Gesamtheit 38
6. Ergebnis bezüglich der Durchschnittsprämien 39
7. Ergebnis bezüglich der Eintrittsgewinne 39

III. T E I L: M O D E L L K A S S E 2

A BESTIMMUNG DER MODELLKASSE 2 41

1. Bestand und Altersstruktur im Jahre 1942 41
2. Prämienpflicht und Leistungen 42
3. Rechnungsgrundlagen 42

B FINANZIERUNG DER KASSE 42

1. Höhe des Fonds 42
2. Durchschnittsprämie 44
3. Eintrittsgewinn 45
4. Eröffnungsbilanz 45

C ERWARTETE BILANZEN DER JAHRE 1942 - 47 46

1. Annahmen und Vorgehen 46
2. Mittlerer Jahresbestand 47
3. Einnahmen und Ausgaben 48
4. Versicherungstechnische Bilanzen 5o

D TATSAECHLICHE BILANZEN DER JAHRE 1942 - 48 5o

1. Vorgehen 5o
2. Mittlerer Jahresbestand 5o
3. Einnahmen und Ausgaben 53
4. Versicherungstechnische Bilanzen 53

E ERGEBNIS 53

F URSACHEN DES ERFOLGES 55

1. Veränderungen im Bestand 55
2. Veraltete Rechnungsgrundlagen 57

G VERGLEICH MIT DER GESCHLOSSENEN KASSE 61

1. Eröffnungsbilanz 61
2. Einnahmen 62
3. Versicherungstechnische Bilanzen der Jahre 1942 - 48 62
4. Ergebnis 62

Z U S A M M E N F A S S U N G U N D S C H L U S S 65

ANHANG 67

Tabellen 1 - 6

LITERATURVERZEICHNIS

E I N L E I T U N G

Die technische Bilanz einer Versicherungseinrichtung weist öfter den Aktivposten "Barwert der künftigen Eintrittsgewinne" auf. Während im allgemeinen Gewinne infolge eines vorteilhaften Risikoverlaufes zustande kommen, entstehen sie in diesem Fall durch die Art der Durchschnittsprämienberechnung. Bei dieser wird nämlich berücksichtigt, dass das mittlere Alter des Gründungsbestandes höher liegt als jenes der eintretenden Mitglieder. Somit ist die Durchschnittsprämie der Eröffnungsgesamtheit grösser als die individuelle Prämie der neuen Versicherten. Wird nun auch vom Zugang die Durchschnittsprämie verlangt, so erzielt die Kasse einen Gewinn, den Eintrittsgewinn.

Versicherungsanstalten erheben häufig Durchschnittsprämien, so z.B. die überwiegende Mehrzahl der Kranken-, Invaliden-, Alters-, Witwen- und Waisenkassen, in der Sozialversicherung die Zwangsinstitutionen für die Angehörigen eines Berufes oder für die Beamten und Angestellten eines öffentlichen oder privaten wirtschaftlichen Unternehmens. Wo der Zugang gesetzlich oder betrieblich als gesichert erscheint, wird die Durchschnittsprämie meist von Anfang an unter Einbezug der künftigen Eintrittsgewinne berechnet.

In den letzten fünfzig Jahren ist eine ganze Reihe von Aufsätzen erschienen, die sich mit der Finanzierung von Pensionskassenverpflichtungen befassen. Dazu zählen auch die Abhandlungen über das Verfahren der technischen Durchschnittsprämie, das Rechnen in offener und geschlossener Kasse, den Beharrungszustand, die Erneuerungslehre u.a. Es liegt in der Natur der Sache, dass die theoretischen Modelle, da sie immer auf Hypothesen fussen, in der Praxis nur beschränkt anwendbar sind. Hat sich eine Versicherungskasse einmal für eine Berechnungsart entschieden, fällt dem Praktiker die Aufgabe zu nachzuprüfen, ob die getroffenen Voraussetzungen in der Wirklichkeit auch erfüllt sind oder ob ein anderes Modell der Situation eher entspräche. Dabei sind wirtschaftliche, währungspolitische, rechtliche und moralische Gesichtspunkte in Erwägung zu ziehen.

In der folgenden Arbeit werden wir zuerst kurz die benötigten theoretischen Grundlagen herleiten und anschliessend anhand zweier Beispiele aus der Praxis untersuchen, wie sich Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn verhalten,

a) wenn man vier verschiedene Rechnungsgrundlagen, in offener und geschlossener Kasse benützt,
b) wenn sich Bestandesgrösse und Altersstruktur verändern.

Um das Thema etwas einzuschränken, lassen wir dabei Zinsfussschwankungen sowie Besoldungs- und Rentenerhöhungen ausser Betracht. Schliesslich werden wir die wichtigsten Resultate zusammenfassen und einige grundsätzliche Fragen aufwerfen.

Die Unterlagen zum ersten Beispiel hat mir Herr Dr. W. Schöb, Arlesheim, jene zum zweiten Beispiel Herr Dr. W. Schuler von der Eidgenössischen Versicherungskasse, Bern, zur Verfügung gestellt. Für dieses freundliche Entgegenkommen danke ich beiden Herren bestens.

*** ***
***

I. TEIL: THEORETISCHE GRUNDLAGEN [1] [2] [3] *)

A DURCHSCHNITTSPRAEMIE

Im Gegensatz zur individuellen Prämie verstehen wir unter der Durchschnittsprämie jenen Beitrag, der ein oder mehrere Gefahrenmerkmale nicht berücksichtigt. Bei unserer besonderen Betrachtungsweise hängt die Prämie nicht sichtbar vom Alter des einzelnen Versicherten ab. Es wird über die Alter aller Versicherten des ganzen Bestandes gemittelt: Das Durchschnittsalter aller Versicherten ist also für die Höhe unserer Durchschnittsprämie massgebend.
Das Aequivalenzprinzip "gleiches Alter = gleiche Gefahr" wird auf eine Gesamtheit Ungleichaltriger ausgedehnt.

1. Durchschnittsprämie der geschlossenen Gesamtheit

Geschlossene Kasse heisst jene Versicherungseinrichtung, die nach der Eröffnung keine neuen Mitglieder mehr aufnimmt. Die geforderte Prämie muss so gross sein, dass die Versicherungskasse aller Voraussicht nach mit den Mitteln, die aus den Beiträgen fliessen, und dem Vermögen, sämtliche gegenwärtigen und zukünftigen Verpflichtungen erfüllen kann.
Da die Altersstruktur und damit auch die ganze Entwicklung der Eröffnungsgesamtheit bekannt ist, lässt sich das zu versichernde Risiko leicht ermitteln. Um eine über die ganze Dauer der Versicherung konstante Durchschnittsprämie zu erhalten, diskontieren wir die Beiträge und die Leistungen auf das Gründungsjahr. Wenn wir von einem Fonds absehen, genügt die Durchschnittsprämie der Aequivalenzgleichung "Barwert der Durchschnittsprämien = Barwert der Leistungen":

$$\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \; A_{(x,s)} = P_\Delta \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \; \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|} \text{ , mit}$$

z = niedrigstes Alter, s = Verfallsalter
${}_oL_x$ = Zahl der x-jährigen Personen zur Zeit t=o
$A_{(x,s)}$ = Barwert der versicherten Leistungen
$\ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}$ = Barwert der Prämien

---

*) Die Zahlen in eckigen Klammern verweisen auf das Literaturverzeichnis

Unter der Voraussetzung, dass der Barwert aller Durchschnittsprämien gleich dem Barwert aller individuellen Prämien ist:

$$P_{\Delta} \sum_{x=z}^{s-1} {}_{o}L_x \; \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|} = \sum_{x=z}^{s-1} {}_{o}L_x \; P_x \; \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|},$$

hat die konstante Durchschnittsprämie den Wert

$$P_{\Delta} = \frac{\sum_{x=z}^{s-1} {}_{o}L_x \; A(x,s)}{\sum_{x=z}^{s-1} {}_{o}L_x \; \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}} . \qquad (1)$$

2. Durchschnittsprämie der offenen Gesamtheit

In der Praxis kommen geschlossene Kassen sehr selten vor. Fast jede Versicherungseinrichtung hält ihre Tore für Zugänge offen (offene Gesamtheit). Diese Erneuerung kann auf ganz verschiedene Weise erfolgen; sei es in bezug auf die Anzahl der Eintritte oder in bezug auf deren zeitliche Verteilung. Das Eintrittsalter dieser Neuen ist in den meisten Fällen kleiner als das durchschnittliche Alter des alten Bestandes. Somit dürften vom Zugang niedrigere Prämien verlangt werden. Im allgemeinen ist es aber von Vorteil, wenn alter und neuer Bestand die gleiche Durchschnittsprämie bezahlen. Die Ermittlung einer einheitlichen Durchschnittsprämie für die ganze offene Gesamtheit ist aber nur dann möglich, wenn wir über Bestandesveränderung und Durchschnittsalter der Eintretenden Konkretes aussagen können.
Wir nehmen bei unsern theoretischen Ausführungen an, dass durch betriebliche oder staatliche Verordnung ein konstanter Bestand der Kasse auf "ewige" Zeiten gesichert sei. Jedes ausscheidende Mitglied werde durch einen z-altrigen Nachfolger ersetzt. z ist dann das Eintrittsalter des Zugangs.
Wie setzt sich nun in diesem Fall die Durchschnittsprämie P_o zusammen? Jedenfalls wird sie grösser sein als die individuelle Prämie eines z-jährigen, aber kleiner als die Durchschnittsprämie der geschlossenen Kasse: $P_z < P_o < P_{\Delta}$.

Was passiert, wenn auch vom alten Bestand die Prämie der Neueintretenden P_z verlangt wird? Es entsteht ein Fehlbetrag in der Höhe des Barwertes der Prämiendifferenz

$$(P_{\Delta} - P_z) \sum_{x=z}^{s-1} {}_{o}L_x \; \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}; \qquad (2)$$

denn für den alten Bestand wäre P_Δ erforderlich.
Stünde nun von irgendwoher ein Fonds in dieser Grösse zur Verfügung, so reichte aber die Prämie P_z für die ganze offene Gesamtheit aus.
Wenn wir in (2) die Werte für P_Δ von (1) einsetzen, erkennen wir, dass der Fehlbetrag gleich dem "Deckungskapital" für den alten Bestand ist, wenn dieser die Prämie P_z bezahlt; denn der Fehlbetrag ist gleich der Differenz zwischen den Leistungen, die die Gesamtheit für den alten Bestand aufbringt, und den Leistungen, welche sie von ihm erhält.

$$\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \cdot A_{(x,s)} - \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|} \; P_z = V(P_z) \qquad (3)$$

Wenn dieser erforderliche Gründungsfonds nicht zur Verfügung steht, kann er als "latenter Fehlbetrag" in die Bilanz aufgenommen werden. Das bedeutet aber: er muss laufend verzinst werden, damit er sich nicht vergrössert. Wenn die Kasse daher alle jetzigen und alle zukünftigen Versicherten verpflichtet, neben der Prämie P_z auch noch diesen Zins zu bezahlen, so erhöht sich die Durchschnittsprämie von P_z auf

$$P_o = P_z + iv\,(P_\Delta - P_z) \cdot \frac{\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \, \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}}{\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x}$$

$$= P_z + (P_\Delta - P_z) \cdot \frac{\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \, \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}}{B \cdot \ddot{a}_{\overline{\infty}|}} \qquad (4)$$

Dabei ist $\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = \frac{1+i}{i}$ und $\sum {}_oL_x = B$. Der Zins ist am Jahresende fällig, die Prämie am Jahresbeginn.
Die Durchschnittsprämie der offenen Gesamtheit setzt sich also aus der individuellen Prämie des Zugangs und dem Zins des auf den einzelnen Versicherten entfallenden Anteils am Fehlbetrag zusammen.

Zur Ergänzung fügen wir ohne Kommentar die allgemeine Formel der Durchschnittsprämie für eine offene Kasse an. Sie trägt jeder beliebigen Bestandesentwicklung B(t) Rechnung und berücksichtigt auch einen eventuellen Fonds F zu Beginn der Versicherung.

$$P_o = P_z + \frac{\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \cdot (A_{(x,s)} - P_z \, \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|})}{\sum_{x=z}^{s-1} v^t \, B(t)} + \frac{F}{\sum_{x=z}^{s-1} v^t \, B(t)} \qquad (4')$$

B EINTRITTSGEWINN

1. Resultate von Werner Möschler

Der Posten Eintrittsgewinn gehört in die Bilanz der offenen Kasse, sobald wir mit einer Durchschnittsprämie rechnen, die grösser ist als die Prämie der eintretenden Mitglieder. Der Eintrittsgewinn bleibt nicht konstant, sondern macht alle Schwankungen der andern Bilanzposten mit. Er bewegt sich in einer Wellenlinie um eine Gerade, die die Lage im Beharrungszustand anzeigt.
Fehlbetrag und Eintrittsgewinn stimmen während der ganzen Versicherungsdauer überein unter der Voraussetzung, dass die Prämie richtig berechnet ist.

2. Zusammenhang zwischen Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn

Wenn wir bei der Formel (4) für die Durchschnittsprämie P_o (der offenen, konstanten Gesamtheit) berücksichtigen, dass

$$\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \, \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|} \, P_\Delta = \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \, A_{(x,s)}$$

ist, erhalten wir eine weitere Bestimmungsgleichung für P_o:

$$P_o = \frac{\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \, A_{(x,s)} + P_z \, (B \, \ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \, \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|})}{B \, \ddot{a}_{\overline{\infty}|}} \qquad (5)$$

und daraus die Aequivalenzgleichung der offenen Kasse:

$$\sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x A_{(x,s)} = P_o \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|} + (P_o - P_z)(B\ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|})$$

Barwert aller Belastungen = Barwert aller Prämien + Barwert der künftigen Eintrittsgewinne

3. Eintrittsgewinn

Der Eintrittsgewinn ist jener Betrag, der durch die zu hohen Beitragsleistungen der eintretenden jungen Versicherten zustande kommt. Die Neueingetretenen bezahlen eine Durchschnittsprämie, die grösser ist als ihre individuelle Prämie. Würden die Eintritte versiegen - die offene Kasse zu einer geschlossenen werden - müsste ein Fonds in der Höhe des Barwertes der in der Prämie einberechneten Eintrittsgewinne bereitgestellt werden, damit die Versicherungskasse ihren vertraglichen Leistungen auf die Dauer genügen kann.
Die Formel für den Eintrittsgewinn

$$G = (P_o - P_z)(B\ \ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x\ \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}) \qquad (6)$$

kann folgendermassen interpretiert werden: Der Barwert der Prämien 1, den ein beliebiger Versicherter der lebenden Generation bis zu seinem Ausscheiden aus der Kasse zu bezahlen hat, ist $\ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}$. Dem beliebigen Versicherten folgt nach seinem Ausscheiden eine Kette von Nachfolgern. Der heutige Barwert der Prämien 1, die alle Nachfolger eines Versicherten des alten Bestandes künftig zahlen werden, ist $(\ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|})$. Der Ausdruck $\ddot{a}_{\overline{\infty}|}$ bedeutet dabei den Barwert einer ewigen Rente. Ist die Gesamtheit wirklich offen und konstant, so bringt jeder beliebige Versicherte der lebenden Generation zusammen mit seinen Nachfolgern die vorgesehene Prämie "ewig" auf. Die Nachfolger aller Versicherten des alten Bestandes bringen zugunsten der lebenden Generation eine Mehrprämie im Betrage von $(P_o - P_z)$ auf. Der Barwert dieser Mehrprämie ist nun gleich dem Eintrittsgewinn G.

4. Fehlbetrag

Entsprechend den Eintrittsgewinnen ist es möglich, die Gründungsgeneration zu entlasten. Die Prämie, die der alte Bestand aufbringen müsste, wenn er seine ganzen Leistungsansprüche decken wollte, wäre P_Δ. Zahlt er stattdessen nur P_o, so beläuft sich der Barwert dessen, was alle Versicherten des alten Bestandes (auf Kosten des Neuzugangs) zu wenig zahlen, auf

$$F = (P_\Delta - P_o) \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x\ \ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}.$$

Wenn alle bei der Prämienberechnung vorausgesetzten Fakten (technische Rechnungsgrundlagen, Bestandesfunktion, Ein-

trittsalter ect.) mit den wirklichen Vorgängen übereinstimmen, ist der Eintrittsgewinn für die ganze Dauer der Versicherung gleich dem latenten Fehlbetrag (G = F)

$$(P_o - P_z)(B\,\ddot{a}_{\overline{\omega}|} - \sum_{x=z}^{s-1} {}_tL_x) = (P_\Delta - P_o) \sum_{x=z}^{s-1} {}_tL_x\,\ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}\,.$$

5. Zusammenhang zwischen Fehlbetrag und Deckungskapital

Nach (2) und (3) ist $(P_\Delta - P_z)\dot{\sum} L\ddot{a}_{x:\overline{s-x}|} = V(P_z)$ und

$$F = V(P_z) - (P_o - P_z)\dot{\sum} L\ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}\,. \qquad (7)$$

Der Fehlbetrag F ist nicht identisch mit dem Deckungskapital $V(P_z)$, sondern kleiner. Das ist insofern klar, als ja die Versicherten nicht die niedrigste Prämie P_z bezahlen, sondern P_o. Die Differenz zwischen dem Deckungskapital $V(P_z)$ und dem Fehlbetrag F ist gleich dem Barwert des Zinses auf das Deckungskapital $V(P_z)$:

$$(P_o - P_z) \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x\,\ddot{a}_{x:\overline{s-x}|} = \frac{V(P_z) \sum_{x=z}^{s-1} {}_oL_x\,\ddot{a}_{x:\overline{s-x}|}}{B\,\ddot{a}_{\overline{\omega}|}}$$

Weil die Versicherten die höhere Prämie P_o aufbringen, bezahlen sie ausser der Prämie P_z zusätzlich die Differenz $(P_o - P_z)$. Gerade um den Barwert dieser Prämiendifferenz ist F kleiner als $V(P_z)$. Der Fehlbetrag F ist also gleich dem auf den Versicherungsbeginn berechneten tatsächlichen Deckungskapital $V(P_o)$ unter der Voraussetzung, dass kein Fonds vorhanden ist $(F = V(P_o))$.

6. Prospektives und retrospektives Deckungskapital

In unserm Fall ist das retrospektive Deckungskapital nichts anderes als die aufgezinste Sparprämie, also der Fonds der Versicherungskasse.
In der geschlossenen Kasse stimmen retrospektives und prospektives Deckungskapital während der ganzen Dauer der Versicherung miteinander überein. ${}^rV(P_\Delta) = {}^pV(P_\Delta)$ (8)
In der offenen Kasse ist das Gleichgewicht erst dann hergestellt, wenn wir auch den Eintrittsgewinn berücksichtigen.
Es gilt ${}^pV(P_o) = {}^rV(P_o) + G$. (9)
Gleichungen (8) und (9) gelten dann und nur dann, wenn für die ganze Dauer der Versicherung die entsprechenden Durchschnittsprämien richtig berechnet sind.

***

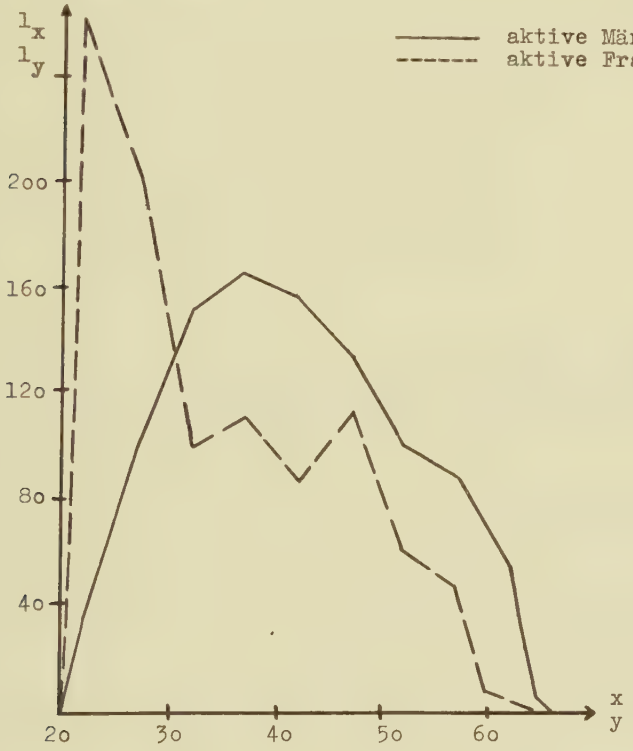
II. TEIL: MODELLKASSE 1

A BESTIMMUNG DER MODELLKASSE 1

Wir legen der Modellkasse 1 den Aktiven- und Rentnerbestand einer kantonalen Beamtenversicherungskasse zugrunde. Um deren Anonymität zu wahren, normieren wir den ganzen Bestand auf 1'ooo Aktive. Die Rentner und Witwen bleiben im gleichen Verhältnis zu den Aktiven wie in der ursprünglichen Kasse.

1. Altersstrukturen

Wir entnehmen die Altersstrukturen der normierten Aktiven- und Rentnerbestände der Tabelle 1 im Anhang. Die Grafik zeigt die Altersverteilung von looo aktiven Männern und looo aktiven Frauen.



Der Bestand der aktiven Männer steigt bis zum Alter 37 an, weist dort sein Maximum auf und fällt dann etwas langsamer wieder ab. Die Altersverteilung der Frauen zeigt ein wesentlich anderes Bild. Sie hat ihr Maximum schon in den ersten Zwanzigerjahren. Es liegt zudem weit über jenem der Männer. Die über 3o-jährigen Frauen sind dagegen durchwegs schlechter vertreten als die gleichaltrigen Männer.
Die Alterszusammensetzung der Aktiven unserer Modellkasse darf als relevant bezeichnet werden. Die meisten Pensionskassen zeigen die gleichen Schwerpunkte in der Altersstruktur. Die Verteilung der Rentner entspricht ebenfalls dem Durchschnitt, jedoch ist die gesamte Anzahl (13.6 % Invaliden- und Altersrentner, lo.8 % Witwenrentnerinnen, total 24.4 % des aktiven Bestandes) an der unteren Grenze.

2. Prämienpflicht und Leistungen

Alle Aktiven sind bis zum Pensionierungsalter (Männer 64, Frauen 59 Jahre) prämienpflichtig. Die älteren Aktiven werden in unserm Beispiel wie Rentner behandelt; sie bezahlen keine Prämie mehr, ihre Rente wird ihnen gutgeschrieben.
Die Leistungen der Kasse sollen sich auf folgende Renten erstrecken:

Fr. 1ooo.- für invalide und über 64-jährige Männer, p.a. bis zu deren Tod;
Fr. 6oo.- für Witwen, p.a. bis zu deren Tod, bei Wiederverheiratung eine Abfindung von Fr. 18oo.-;
Fr. 1ooo.- für invalide und über 59-jährige Frauen, p.a. bis zu deren Tod.

3. Rechnungsgrundlagen

Wir benützen die "Grundlagen für Pensionskassen" der Eidgenössischen Versicherungskasse mit dem technischen Zinssatz 3½ %. (Genaueres im Literaturverzeichnis)

B DURCHSCHNITTSPRAEMIE DER GESCHLOSSENEN GESAMTHEIT VON 1OOO AKTIVEN MAENNERN

1. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/22/3½ %

Wir entnehmen der Tabelle 2 im Anhang die Angaben nach der individuellen Methode.
Die Anwartschaft der Aktiven auf Invaliden-, Alters- und

Hinterbliebenenrenten beläuft sich auf Fr. 6'lol'323.-.
Der Barwert der Prämien 1 ist 12'3o9.614. Somit hat die Durchschnittsprämie (nach der Formel (1)) den Wert

$$P^{22}_{\Delta I} = \frac{6'lol'323}{12'3o9.614} = \text{Fr. } 495.655$$

Nach der gruppenweisen Methode erhalten wir folgende Resultate:

Gruppe	$L_{\bar{x}} \cdot 1ooo \cdot a^{ai}+a^{aa}+o{,}6a^{aw}$	(12) $L_{\bar{x}} \cdot \ddot{a}_{\bar{x}:\overline{65-\bar{x}}}$
2o - 24	129'722	721.648
25 - 29	412'ooo	1'8o7.ooo
3o - 34	723'976	2'5o6.328
35 - 39	899'554	2'441.86o
4o - 44	959'584	1'996.o98
45 - 49	922'995	1'416.15o
5o - 54	768'1o5	814.767
55 - 59	75o'359	481.579
6o - 64	528'3o4	134.96o
Total	6'o94'599	12'32o.39o

Hier beläuft sich die Anwartschaft der Aktiven auf Fr. 6'o94'599.-. Der Barwert der Prämien 1 ist 12'32o.39o. Die Durchschnittsprämie beträgt demnach

$$P^{22}_{\Delta G} = \frac{6'o94'599}{12'32o.39o} = \text{Fr. } 494.676$$

2. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/37/3½%/I

Tabelle 3 im Anhang zeigt die Angaben nach der individuellen Methode. Die Durchschnittsprämie hat den Wert

$$P^{37}_{\Delta I} = \frac{6'352'752}{12'825.157} = \text{Fr. } 495.335$$

Nach der gruppenweisen Methode erhalten wir folgende Resultate:

Gruppe	$L_{\bar{x}} \cdot 1000 \cdot a^{ai}+a^{aa}+o6a^{aw}$	(12) $L_{\bar{x}} \cdot \ddot{a}_{\bar{x}:\overline{65-x}}$
20 - 24	130'240	748.399
25 - 29	410'000	1'888.400
30 - 34	723'672	2'627.472
35 - 39	914'992	2'557.396
40 - 44	996'636	2'080.250
45 - 49	978'885	1'464.615
50 - 54	820'827	839.411
55 - 59	805'183	492.526
60 - 64	566'160	136.640
Total	6'346'595	12'835.109

Die Durchschnittsprämie beträgt

$$P^{37}_{\Delta G} = \frac{6'346'595}{12'835.109} = \text{Fr. } 494.471$$

3. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/50/3½ %

Tabelle 4 im Anhang zeigt die Angaben nach der individuellen Methode. Die Durchschnittsprämie hat den Wert

$$P^{50}_{\Delta I} = \frac{6'186'049}{13'692.097} = \text{Fr. } 451.797$$

Nach der gruppenweisen Methode erhalten wir folgende Resultate:

Gruppe	$L_{\bar{x}} \cdot 1000 \cdot a^{ai}+a^{aa}+o6a^{aw}$	$L_{\bar{x}} \cdot \ddot{a}_{\bar{x}:\overline{65-x}}$
20 - 24	119'288	775.113
25 - 29	377'300	1'973.800
30 - 34	673'208	2'772.784
35 - 39	863'034	2'726.550
40 - 44	954'560	2'241.018
45 - 49	954'180	1'594.620
50 - 54	822'039	917.585
55 - 59	825'475	543.790
60 - 64	591'360	154.000
Total	6'180'444	13'699.260

Die Durchschnittsprämie beträgt

$$P^{5o}_{\Delta G} = \frac{6'18o'444}{13'699.26o} = \text{Fr. } 451.152$$

4. Individuelle und gruppenweise Berechnung nach EVK/6o/3½ %/A

Tabelle 5 im Anhang zeigt die Angaben nach der individuellen Methode. Die Durchschnittsprämie hat den Wert

$$P^{6o}_{\Delta I} = \frac{6'288'749}{14'o22.246} = \text{Fr. } 448.484$$

Nach der gruppenweisen Methode erhalten wir folgende Resultate:

Gruppe	$L_{\bar{x}} \cdot 1ooo \cdot a^{ai}_{+a}{}^{aa}_{+o6a}{}^{aw}$	$L_{\bar{x}} \cdot \ddot{a}_{\bar{x}:\overline{65-x}}$
2o - 24	116'439	796.2o3
25 - 29	372'9oo	2'o21.4oo
3o - 34	669'712	2'834.952
35 - 39	861'872	2'79o.294
4o - 44	957'7oo	2'3o1.777
45 - 49	965'79o	1'643.76o
5o - 54	844'158	943.946
55 - 59	864'279	55o.376
6o - 64	631'848	146.944
Total	6'284'698	14'o29.652

Die Durchschnittsprämie beträgt

$$P^{6o}_{\Delta G} = \frac{6'284'698}{14'o29.652} = \text{Fr. } 447.958$$

5. Abweichungen, verursacht durch vereinfachte Methode

Die Abweichungen der nach der gruppenweisen Methode berechneten Durchschnittsprämien von der nach der individuellen Methode berechneten Durchschnittsprämien betragen für die vier Grundlagen:

	EVK 22	EVK 37	EVK 5o	EVK 6o
absolut	-.979	-.864	-.645	-.526
relativ	2.o %o	1.7 %o	1.4 %o	1.2 %o

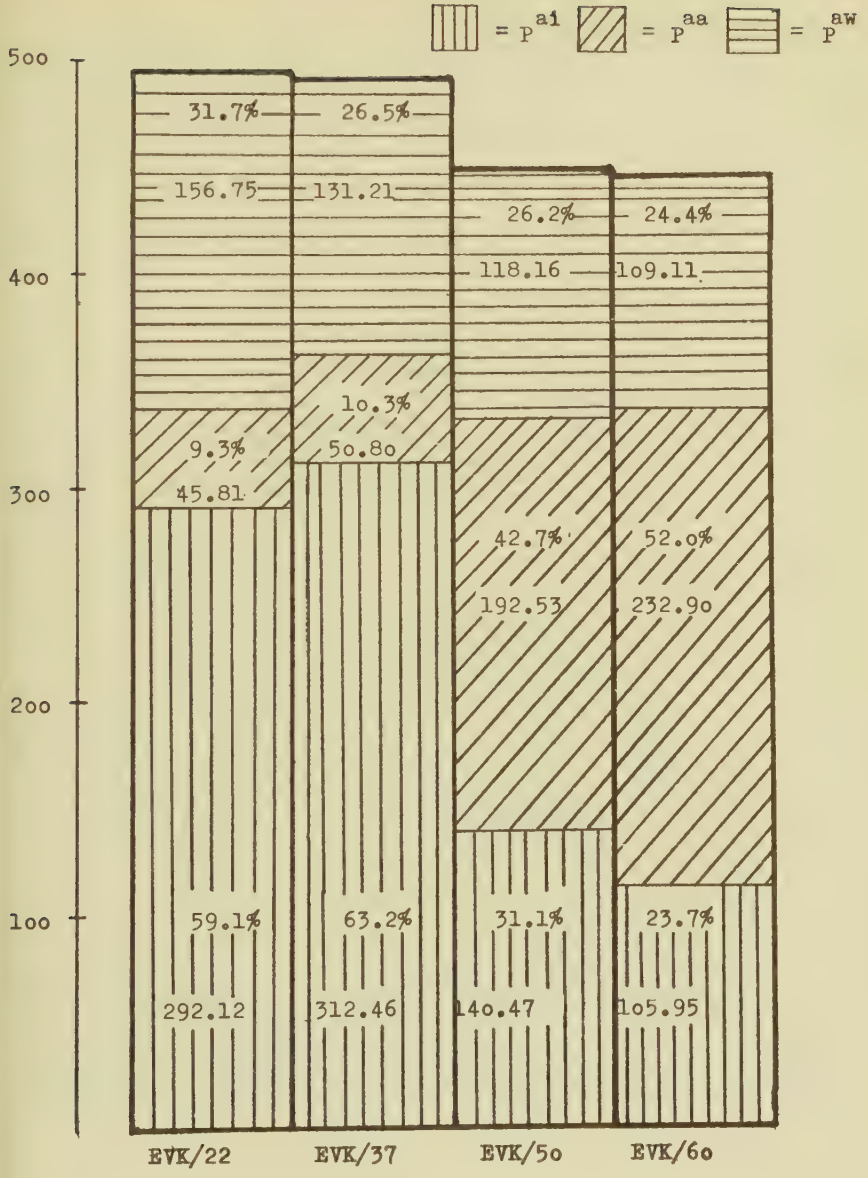
Dieses äusserst günstige Ergebnis rechtfertigt es, bei grossen Beständen die Gruppenmethode anzuwenden; die umfangreichen Berechnungen lassen sich so auf ein Fünftel verkürzen. Wir werden uns im folgenden nur noch dieser Methode bedienen.

6. Abweichungen bei Veränderung der Rechnungsgrundlagen

Im Laufe der Zeit, d.h. bei veränderten, der Zeit angepassten Rechnungsgrundlagen wird bei gleichem Bestand und unveränderter Altersstruktur die Durchschnittsprämie kleiner.

	EVK 22	EVK 37	EVK 5o	EVK 6o
absolut	495.655	495.335	451.797	448.484
relativ	loo.o %	99.9 %	91.2 %	9o.5 %

Um den Grund dieser Prämienverminderung zu ermitteln, zerlegen wir die Durchschnittsprämie nach den drei versicherten Risiken. Die gesamte Durchschnittsprämie setzt sich zusammen aus der Prämie für die anwartschaftliche Altersrente (p^{aa}), der Prämie für die anwartschaftliche Invalidenrente (p^{ai}) und der Prämie für die anwartschaftliche Witwenrente (p^{aw}). Im folgenden Schema fällt auf, dass das Invaliditätsrisiko zuerst (von EVK/22 auf EVK/37) etwas ansteigt, sich dann auf die Hälfte (EVK/5o), schliesslich auf ein Drittel (EVK/60) vermindert. Sicher spielt hier die unterschiedliche Definition der Invalidität, dann aber auch der anders gelagerte Arbeitsmarkt zur Zeit der ersten und der letzten beiden Grundlagen eine ausschlaggebende Rolle.
Als zweites erkennen wir eine gewaltige Mehrbelastung durch die anwartschaftlichen Altersrenten. Das ist einmal die unmittelbare Folge der verminderten Invalidierungshäufigkeit, dann aber auch auf die höhere Lebenserwartung zurückzuführen. Gerade diese höhere Lebenerwartung der Männer schliesslich bewirkt drittens eine geringere Zahl Witwen. Die Belastung durch die Witwenrenten ist kleiner geworden, obwohl auch die Lebenserwartung der Witwen gestiegen ist.
Gesamthaft lässt sich sagen, dass heute (EVK/6o) die anwartschaftlichen Altersrenten das Hauptrisiko einer Pensionskasse darstellen, während früher (EVK/22 und EVK/37) der Schwer-


= P^a1
= P^aa
= P^aw
500
400
300
200
100
31.7%
26.5%
156.75
131.21
26.2%
24.4%
118.16
1o9.11
1o.3%
9.3%
5o.8o
45.81
42.7%
52.o%
192.53
232.9o
59.1%
63.2%
31.1%
23.7%
292.12
312.46
14o.47
1o5.95
EVK/22
EVK/37
EVK/5o
EVK/6o

punkt auf der Invalidenversicherung lag.
Da in unserm Fall die Bedarfsprämie bei gleichbleibendem Bestand und derselben Altersverteilung allein durch die veränderten Rechnungsgrundlagen sinkt, kann unsere Kasse entweder künftig die niedrige Durchschnittsprämie von ihren Mitgliedern verlangen oder aber die durch die zu hohen Prämieneinnahmen entstehenden Gewinne für eine Leistungsverbesserung verwenden.

C DURCHSCHNITTSPRAEMIE DER OFFENEN, KONSTANTEN GESAMTHEIT VON 1000 MAENNERN

1. Berechnung

Die Formel (5) für die Durchschnittsprämie der offenen, konstanten Gesamtheit lautet:

$$P_o = \frac{A + P_z D}{D + \ddot{a}} = \frac{A + P_z D}{B\ddot{a}_{\overline{\infty}|}}$$

A = Belastung
ä = Barwert der Prämien 1
P_z = Prämie für das Alter z
$D = B\ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \ddot{a} = 29'571.42.\ddot{a}$ (Zins $3\frac{1}{2}\%$)

Alle diese Angaben entnehmen wir den Tabellen 2 - 5 im Anhang.

2. Durchschnittsprämien nach den vier Grundlagen bei verschiedenen Eintrittsaltern

	z	EVK 22	EVK 37	EVK 5o	EVK 6o
abs.	22	311.26	313.37	291.83	289.56
	23	316.32	317.67	295.36	293.12
	24	321.65	322.24	299.o8	296.88
	25	327.33	327.13	3o3.o4	3oo.9o
	26	333.19	332.3o	3o7.35	3o5.15
	27	339.42	337.78	311.83	3o9.67
rel.	22	loo.o %	loo.7 %	93.8 %	93.o %
	23	lo1.6 %	lo2.1 %	94.9 %	94.2 %
	24	lo3.3 %	lo3.5 %	96.1 %	95.4 %
	25	lo5.2 %	lo5.1 %	97.4 %	96.7 %
	26	lo7.o %	lo6.8 %	98.7 %	98.o %
	27	lo9.o %	lo8.5 %	loo.2 %	99.5 %

3. Abweichungen bei Veränderung der Rechnungsgrundlagen

Auch bei der offenen, konstanten Gesamtheit wird die Bedarfs-

prämie mit veränderten Rechnungsgrundlagen kleiner.
Die einzige leichte Steigerung erfährt die Durchschnittsprämie bei den niederen Eintrittsaltern beim Uebergang von EVK/22 auf EVK/37. Das erhöhte Invaliditätsrisiko fällt dort stärker ins Gewicht. Die übrigen Feststellungen decken sich mit jenen, die wir schon über die Durchschnittsprämie der geschlossenen Kasse gemacht haben. Es sind auch die gleichen Ursachen für die Prämienveränderung verantwortlich.

4. Abweichungen bei verschiedenen Eintrittsaltern

Bei allen vier Grundlagen wird ersichtlich, dass bei zunehmendem Eintrittsalter auch die Durchschnittsprämie steigt. Die Durchschnittsprämie der offenen Gesamtheit berücksichtigt ja ausdrücklich auch die zukünftigen Eintrittsgewinne. Diese sind umso grösser, je länger die eintretende Person die für sie zu hohe Prämie bezahlt, also je jünger sie ist. Entsprechend der individuellen Prämie - aber nicht im gleichen Masse - steigt auch die Durchschnittsprämie mit steigendem Eintrittsalter (siehe auch Tabellen 2 - 5 im Anhang).

5. Vergleich zwischen den Durchschnittsprämien der geschlossenen und der offenen, konstanten Gesamtheit

P_o in % der P_Δ:

z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
22	62.8 %	63.3 %	64.6 %	64.6 %
27	68.5 %	68.2 %	69.o %	69.o %

Die Durchschnittsprämie der geschlossenen Gesamtheit ist bedeutend höher als jene für die offene, konstante Gesamtheit. Dies ist leicht verständlich, kommen doch die Mitglieder der geschlossenen Kasse allein für ihre ganzen künftigen Ansprüche auf, während die offene Gesamtheit auch alle später Eintretenden zur Mitfinanzierung verpflichtet.

D EINTRITTSGEWINN

1. Eintrittsgewinn der offenen, konstanten Gesamtheit mit dazu gehöriger Durchschnittsprämie

Sobald wir mit der Durchschnittsprämie für die offene Gesamtheit rechnen, erhalten wir in der versicherungstechnischen Bilanz einen Fehlbetrag. Wie schon früher gesagt worden ist,

hat dieser Fehlbetrag - unter der Voraussetzung der richtig (d.h. der tatsächlichen Entwicklung des Bestandes entsprechend) berechneten Durchschnittsprämie - genau die Höhe des Eintrittsgewinnes. Es ist eine "ewige" verzinsbare Schuld der Eintrittsgeneration an die Kasse. Die Formel (6) für den Eintrittsgewinn lautet:

$G(P_o) = {}_{\Delta}P \cdot D$, mit ${}_{\Delta}P = P_o - P_z$

(P_z, P_o und D wurden auf Seite 22 definiert.)
Wir kommen zu folgenden Resultaten:

	z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
abs.	22	2'269'928	2'333'591	2'19o'235	2'228'5o7
	23	2'2o7'44o	2'278'496	2'141'961	2'178'439
	24	2'142'o18	2'22o'o52	2'o9o'989	2'125'727
	25	2'o72'1o8	2'157'253	2'o36'682	2'o69'439
	26	1'999'953	2'o9o'938	1'977'928	2'oo9'886
	27	1'923'311	2'o2o'6o4	1'916'316	1'946'6o1
rel.	22	1oo.o %	1o2.8 %	96.5 %	98.2 %
	23	97.2 %	1oo.4 %	94.4 %	96.o %
	24	94.4 %	97.8 %	92.1 %	93.6 %
	25	91.3 %	95.o %	89.7 %	91.2 %
	26	88.1 %	92.1 %	87.1 %	88.5 %
	27	84.7 %	89.o %	84.4 %	85.8 %

Setzen wir diese Eintrittsgewinne in die entsprechende Bilanz ein, stimmen Aktiven und Passiven wieder miteinander überein.

Beispiel
Versicherungstechnische Bilanz zu EVK/6o, z = 25

Aktiven:	
Barwert der künftigen Prämien	Fr. 4'219'294.-
Barwert der künftigen Eintrittsgewinne	" 2'o69'439.-
Rundungsdifferenz	" 16.-
Total	Fr. 6'288'749.-
Passiven:	
Anwartschaft der Aktiven auf Invaliden-, Alters- und Hinterbliebenenrenten	Fr. 6'288'749.-

2. Eintrittsgewinn einer offenen, konstanten Gesamtheit mit der Durchschnittsprämie der entsprechenden geschlossenen Gesamtheit

Nehmen wir an, eine Versicherungskasse arbeite nach dem Prinzip der geschlossenen Gesamtheit. Sie tut dies vor allem aus Gründen der Vorsicht, da eine konstante Entwicklung oder niedrige Eintrittsalter nicht unbedingt gesichert sind. Immerhin erwartet sie eine nahezu konstante Entwicklung. Daher ist es für sie interessant zu wissen, wie hoch etwa in diesem Fall der Eintrittsgewinn ausfällt. (Selbstverständlich ist dessen Bilanzierung überflüssig.) Er kann als stille Reserven betrachtet werden, die bei der Beurteilung der finanziellen Lage der Kasse berücksichtigt werden dürfen. Ein kleiner Verlust in der Bilanz, d.h. ein geringerer Dekkungsgrad kann eher in Kauf genommen werden. Es ist jedoch auch hier die tatsächliche Entwicklung des Bestandes und dessen Altersstruktur fortwährend zu beobachten. Bleibt der Bestand konstant und wird seine Altersstruktur günstiger, kann von einer Sanierung abgesehen werden. Durch die hohen Prämieneinnahmen wird der der Fehlbetrag mit der Zeit verschwinden.
Möchte die Kasse aber infolge der günstigen Entwicklung die Prämie herabsetzen, muss sie die Eintrittsgewinne bilanzieren, damit der Fehlbetrag verschwindet. Die geschlossene Kasse ist zu einer offenen geworden.
Zur Berechnung des Eintrittsgewinnes verwenden wir dieses Mal die Durchschnittsprämie für die geschlossene Gesamtheit:

$G(P_{\Delta}) = {}_{\Delta}P \cdot D$, mit ${}_{\Delta}P = P_{\Delta} - P_z$

Dann erhalten wir folgende Resultate:

	z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
abs.	22	5'453'oo6	5'38o'9o8	4'73o'449	4'699'581
	23	5'3o3'173	5'253'8o4	4'626'122	4'594'158
	24	5'145'746	5'118'829	4'516'o79	4'482'981
	25	4'977'788	4'974'142	4'398'889	4'364'186
	26	4'8o4'48o	4'821'248	4'271'696	4'238'548
	27	4'62o'296	4'659'144	4'138'945	4'1o4'981
rel.	22	1oo.o %	98.7 %	86.7 %	86.2 %
	27	84.7 %	85.4 %	75.9 %	75.3 %

3. Abweichungen, verursacht durch die Wahl der Durchschnittsprämien

Die Höhe des Eintrittsgewinnes hängt in erster Linie von der Differenz "Durchschnittsprämien minus individuelle Prämien des Neuzugangs" ab. Je grösser die Differenz der Prämien, desto höher der Eintrittsgewinn. Besonders auffallend ist diese Tatsache beim Uebergang von P_0 auf P_Δ: Hier hängt der Gewinn vor allem von der Durchschnittsprämie ab. Beim Uebergang zu höheren Eintrittsaltern sinkt der Gewinn, obwohl die Prämie steigt. Die individuelle Prämie wächst aber viel stärker als die Durchschnittsprämien P_0 oder P_Δ; damit sinkt die Prämiendifferenz.
Interessant ist auch der Uebergang von EVK/5o auf EVK/6o. P_0 wird kleiner, der Eintrittsgewinn grösser. Hier ist die steigende Prämiendifferenz ausschlaggebend.

4. Vergleich zwischen den mit P_Δ berechneten und den mit P_0 berechneten Eintrittsgewinnen

Eintrittsgewinn mit P_0 berechnet in % des Eintrittsgewinns mit P_Δ berechnet:

z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
22-27	41.6 %	43.4 %	46.3 %	47.4 %

Das Verhältnis zwischen den mit P_Δ und den mit P_0 berechneten Eintrittsgewinnen ist für alle Eintrittsalter gleich.
Beim Verhältnis der entsprechenden Durchschnittsprämien ist dies nicht der Fall (siehe C 5. S. 23).
Wenn eine Kasse von P_0 auf P_Δ überwechselt, erhöhen sich die Prämien um 15o %, damit verdoppeln sich die Eintrittsgewinne. Der Unterschied in diesen Proportionen ist umso grösser, je älter die Rechnungsgrundlagen und je höher die Eintrittsalter sind.

5. Abweichungen bei Veränderung der Rechnungsgrundlagen

In der geschlossenen Kasse sinkt beim Uebergang in die folgende Rechnungsgrundlage mit der Durchschnittsprämie auch der Eintrittsgewinn. Die einzige Ausnahme bildet der Uebergang von EVK/22 auf EVK/37 bei den Eintrittsaltern 26 und 27. Hier kommt die unterschiedliche Bewertung von Belastung und Entlastung zum Zuge.
In der offenen, konstanten Gesamtheit lässt sich über das Verhalten des Eintrittsgewinnes beim Uebergang zu andern Grundlagen keine generelle Aussage machen. Beim Uebergang von

EVK/22 auf EVK/37 und bei EVK/5o auf EVK/6o steigt er leicht an. Beim Uebergang von EVK/37 auf EVK/5o sinkt er massiv. Ein direkter Zusammenhang mit dem Verhalten der Durchschnittsprämien ist nicht festzustellen. (Siehe auch C 3. S. 22 und D 3. S. 26)

E GESAMTHEIT VON AKTIVEN UND RENTNERN

Es kommt bei der Gründung einer Pensionskasse nicht selten vor, dass mit den Aktiven auch noch ein Rentnerbestand übernommen werden muss. Das ist insofern eine Ungerechtigkeit, als den Aktiven - als den allein prämienpflichtigen - die ganzen Verpflichtungen aufgebürdet werden. Wenn aber Gesellschaft oder Rentner einen Fonds aufbringen in der Höhe des Deckungskapitals der Rentneranwartschaften oder wenn die Firma den Mehrbetrag der Prämien zusätzlich übernimmt, lässt sich eine Uebernahme des Rentnerbestandes rechtfertigen. Wir wählen ein solches Beispiel lediglich deshalb, weil es interessant ist zu erfahren, in welcher Weise zusätzlich die veränderten Rechnungsgrundlagen für die Rentner die Durchschnittsprämie beeinflussen.

1. Belastung durch Aktiven und Rentner

Die Angaben für die Aktiven entnehmen wir den Tabellen 2 - 5 im Anhang. Die Rentnerbestände zeigt Tabelle 1.
Nach der individuellen Methode gelangen wir zu folgenden Ergebnissen:

Belastung	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
Aktive	6'172'534	6'428'189	6'268'7o7	6'376'348
Invalidenrentner	197'1o9	2o7'537	217'813	225'o2o
Altersrentner	937'121	963'856	1'o47'442	1'139'82o
Witwen	5o3'786	553'157	611'98o	655'971
Total	7'81o'55o	8'152'739	8'145'942	8'397'159

2. Durchschnittsprämien der Gesamtheit von looo Aktiven und Rentnern

geschl. Kasse	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
absolut	634.51	635.68	594.94	598.85
relativ	loo.o %	loo.2 %	93.8 %	94.4 %

off. k. Kasse	z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
absolut	22	369.o6	374.24	358.11	36o.86
	23	374.12	378.54	361.64	364.42
	24	379.45	383.11	365.36	368.18
	25	385.13	388.oo	369.32	372.2o
	26	39o.99	393.17	373.62	376.45
	27	397.22	398.65	378.11	38o.96
relativ	22	loo.o %	lol.4 %	97.o %	97.8 %
	23	lol.4 %	lo2.6 %	98.o %	98.7 %
	24	lo2.8 %	lo3.8 %	99.o %	99.8 %
	25	lo4.4 %	lo5.1 %	loo.1 %	loo.9 %
	26	lo5.9 %	lo6.5 %	lol.2 %	lo2.o %
	27	lo7.6 %	lo8.o %	lo2.5 %	lo3.2 %

P_o in % der P_Δ:

z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
22	58.2 %	58.9 %	6o.2 %	6o.3 %
27	62.6 %	62.7 %	63.6 %	63.6 %

3. Eintrittsgewinn einer Gesamtheit von looo Aktiven und Rentnern

Die Gesellschaft verlange eine ausreichende Prämie für die offene, konstante Gesamtheit.

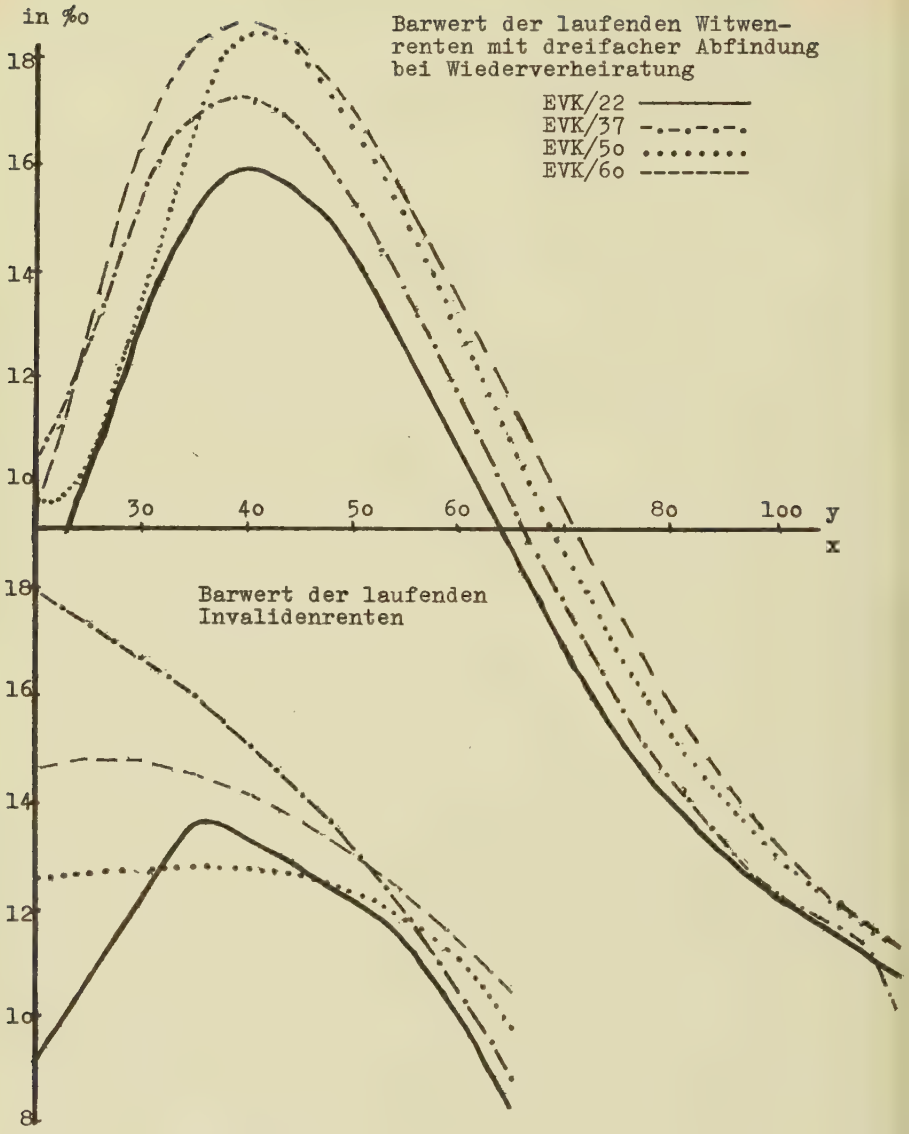
	z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
abs.	22	3'267'661	3'352'936	3'242'716	3'337'163
	23	3'2o5'173	3'297'841	3'194'443	3'287'o95
	24	3'139'751	3'239'397	3'143'47o	3'234'383
	25	3'o69'84o	3'176'598	3'o89'163	3'178'o95
	26	2'997'686	3'11o'283	3'o3o'251	3'118'542
	27	2'921'o43	3'o39'949	2'968'798	3'o55'lol
rel.	22	loo.o %	lo2.6 %	99.2 %	lo2.1 %
	23	98.1 %	loo.9 %	97.8 %	loo.6 %
	24	96.1 %	99.1 %	96.2 %	99.o %
	25	93.9 %	97.2 %	94.5 %	97.3 %
	26	91.7 %	95.2 %	92.7 %	95.4 %
	27	89.4 %	93.o %	9o.9 %	93.5 %

Die Gesellschaft verlange die Durchschnittsprämie der geschlossenen Gesamtheit.

	z	EVK/22	EVK/37	EVK/5o	EVK/6o
abs.	22	7'849'8o8	7'731'o78	7'oo3'415	7'o37'71o
	23	7'699'976	7'6o3'974	6'899'o88	6'932'286
	24	7'542'548	7'468'999	6'789'o44	6'821'11o
	25	7'374'59o	7'324'312	6'671'855	6'7o2'314
	26	7'2o1'282	7'171'418	6'544'662	6'576'677
	27	7'o17'o98	7'oo9'315	6'411'911	6'443'11o
rel.	22	loo.o %	98.5 %	89.2 %	89.7 %
	27	89.4 %	89.3 %	81.7 %	82.1 %

4. Vergleich zwischen der Gesamtheit von Aktiven und der Gesamtheit von Aktiven und Rentnern

Die Durchschnittsprämie der geschlossenen Kasse ist für die Gesamtheit von Aktiven und Rentnern etwa ein Viertel höher als für die Aktiven allein. Die Durchschnittsprämie der offenen Kasse ist um ca. ein Fünftel grösser. Die stärksten Abweichungen erfahren die neuen Prämien bei den höheren Eintrittsaltern und bei EVK/6o. Das Verhältnis P_o zu P_Δ ist bedeutend gesunken.
Dieses Resultat vermag uns nicht zu überraschen, da mit veränderten Rechnungsgrundlagen die laufenden Alters- und Witwenrenten eine immer grössere Belastung bedeuten, was vor allem auf die grössere Lebenserwartung zurückzuführen ist. Bei der anwartschaftlichen Witwenrente der Rentner beobachten wir aus dem gleichen Grund eine zur laufenden Rente entgegengesetzte Tendenz, die sich jedoch betragsmässig nur minim auswirkt.
Entsprechend beeinflusst das Phänomen der verminderten Sterblichkeit auch den Eintrittsgewinn. Er ist nicht nur absolut grösser geworden, sondern auch relativ. Das bedeutet, dass beim Uebergang zu höheren Eintrittsaltern die Abnahme des Eintrittsgewinns geringer geworden ist.
Die folgende Grafik möge die vermehrte Belastung durch die grössere Lebenserwartung veranschaulichen.


in ‰
18
16
14
12
1o
Barwert der laufenden Witwenrenten mit dreifacher Abfindung bei Wiederverheiratung
EVK/22
EVK/37
EVK/5o
EVK/6o
3o
4o
5o
6o
8o
1oo
y
x
Barwert der laufenden Invalidenrenten
18
16
14
12
1o
8

F VERGLEICH ZWISCHEN DEN BERECHNUNGEN FUER MAENNER UND FRAUEN ZU EVK/60/3½ %/A

1. Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn für eine Gesamtheit von 1000 aktiven Männern

Wenn wir alle Aktiven (auch die über 64-jährigen) in die Berechnung einbeziehen, erhalten wir für Durchschnittsprämien und Eintrittsgewinne folgende Resultate:

$$P^{M}_{\Delta I} = \frac{6'376'348}{14'022.246} = \text{Fr. } 454.731$$

$$P^{M}_{\Delta G} = \frac{6'372'297}{14'029.652} = \text{Fr. } 454.202$$

z	P^{M}_{o}	$G(P^{M}_{o})$	$G(P^{M}_{\Delta})$
22	292.52	2'274'533	4'796'763
23	296.09	2'224'620	4'691'340
24	299.85	2'171'908	4'580'164
25	303.86	2'115'465	4'461'368

2. Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn für eine Gesamtheit von 1000 aktiven Frauen

Die Altersverteilung der aktiven Frauen ersehen wir in Tabelle 1 im Anhang. Tabelle 6 zeigt Belastung und Entlastung nach der individuellen Methode.
Nach der Gruppenmethode erhalten wir folgende Resultate:

Gruppe	$L_{\bar{y}} \cdot 1000 \cdot a^{ai} + a^{aa}$	$L_{\bar{y}} \cdot \ddot{a}_{\bar{y}:\overline{60-y}}$
20 - 24	1'037'475	5'374.512
25 - 29	961'040	3'915.500
30 - 34	547'272	1'714.779
35 - 39	717'640	1'672.880
40 - 44	663'490	1'093.662
45 - 49	1'013'319	1'090.353
50 - 54	654'896	400.892
55 - 59	587'328	126.730
60 - 64	293'003	---
Total	6'475'463	15'389.308

$$P^F_{\Delta I} = \frac{6'480'345}{15'380.887} = \underline{\text{Fr. } 421.325}$$

$$P^F_{\Delta G} = \frac{6'475'463}{15'389.308} = \underline{\text{Fr. } 420.777}$$

z	P^F_o	$G(P^F_o)$	$G(P^F_\Delta)$
22	311.78	1'684'984	3'239'556
23	316.18	1'617'153	3'109'287
24	320.86	1'545'349	2'971'071
25	325.87	1'468'152	2'822'780

3. Vergleich zwischen den Ergebnissen für Männer und Frauen

Nachdem wir den ganz andersartigen Altersaufbau im Bestande der Männer und der Frauen festgestellt haben, erstaunt es uns nicht mehr, dass auch Durchschnittsprämie und Eintrittsgewinn bei Männern und Frauen ganz verschieden ausfallen, hängen diese Grössen doch wesentlich von der Altersstruktur des Bestandes ab.

Auf den ersten Blick fällt auf, dass die Durchschnittsprämie für die Frauen bei der geschlossenen Kasse niedriger, bei der offenen, konstanten jedoch höher ausfällt als diejenige für die Männer.

Die Anwartschaft der Frauen ist wegen der geringeren Sterblichkeit, der früheren Pensionierung und der grösseren Invalidierungshäufigkeit etwas höher als die Anwartschaft der Männer. Infolge des weitaus günstigeren Altersaufbaus ist bei den Frauen aber auch der Barwert der künftigen Prämien höher, so dass die Frauen trotz der stärkeren Belastung in der geschlossenen Gesamtheit dennoch eine geringere Prämie bezahlen müssen als die Männer.

Im Beharrungszustand ist die Altersverteilung identisch mit der Aktivitätsordnung l^a_x oder l^a_v. Die Struktur des Frauenbestandes hat diese schon annähernd erreicht. Sie kann sich nur noch wenig verbessern. Deshalb fällt in der offenen Gesamtheit die verhältnismässig hohe individuelle Prämie stärker ins Gewicht als bei den Männern, wo der Bestand noch eine sehr grosse Verjüngung durchmachen muss.

Auch der Eintrittsgewinn der Frauen ist um einiges kleiner als jener der Männer. In der geschlossenen Kasse wirkt sich der höhere Barwert aller zukünftigen Prämien stärker aus, in der offenen, konstanten Gesamtheit der erwähnte günstige Altersaufbau. Es ist angezeigt, die Berechnungen für den Frauen- und den Männerbestand immer getrennt zu machen. Die

Frauen haben fast immer die bessere Altersstruktur, die Männer die kleineren Belastungen.

G OFFENE, NICHT KONSTANTE GESAMTHEIT

1. Bestandesfunktion

Wir haben bis jetzt ausschliesslich mit konstanten Beständen gerechnet. Die Formel (4') für die Durchschnittsprämie konnte stark vereinfacht werden, indem wir bei einem Zinsfuss von $3\frac{1}{2}$ % für

$$\sum_{t=o}^{\infty} v^t \, B(t) = B \cdot \ddot{a}_{\overline{\infty}|} = 1000 \cdot \frac{1+i}{i} = 29'571$$

setzen konnten. Sobald aber die Bestandesfunktion B(t) nicht mehr als konstant vorausgesetzt werden darf, stossen wir in der praktischen Berechnung auf einige Schwierigkeiten. Wenn wir für B(t) eine für die zukünftige Entwicklung des Bestandes zutreffende analytische Funktion einsetzen, ist die Berechnung der Durchschnittsprämie fast nicht mehr möglich.
In unserm Beispiel wählen wir nun eine Bestandesentwicklung, die während einiger Zeit konstant bleibt, dann einige Zeit steigt, resp. sinkt und dann schliesslich wieder konstant sein wird. Wie bei den Bevölkerungsveränderungen soll das Wachsen und Abnehmen in einer geometrischen Progression erfolgen. Die Bestandesfunktion nimmt dann folgende Gestalt an:

$t < a$	$B(t) = 1000$
$a \leq t < b$	$B(t) = c^{t-a} \cdot 1000$
$t \geq b$	$B(t) = c^{b-a} \cdot 1000$

Unsere Formel für die Durchschnittsprämie erhält dann den Nenner:

$$\sum_{t=o}^{\infty} v^t \, B(t) = 1000 \left[\sum_{t=o}^{a-1} v^t + \sum_{t=a}^{b-1} v^t c^{t-a} + c^{b-a} \sum_{t=b}^{\infty} v^t \right]$$

mit $c > 1$ für eine zwischen a und b steigende Gesamtheit und $o < c < 1$ für eine zwischen a und b sinkende Gesamtheit.
Wir wählen c nun so, dass die Formel möglichst einfach wird. Dies ist dann der Fall, wenn B(t) eine Potenzfunktion der Aufzinsfaktoren ist. Bei sinkenden Gesamtheiten wird es sich um negative, bei steigenden um positive Potenzen handeln.

a) Der Bestand sei steigend. $c = r = 1 + i = 1.035$
Die Formel für die Durchschnittsprämie für den offenen, zwischen a und b steigenden Bestand erhält den Nenner:

$$\sum_{t=0}^{\infty} v^t \, B(t) = 1000 \, (\ddot{a}_{\overline{\infty}|} + (b-a)v^a)$$

b) Der Bestand sei sinkend. $c = v = \frac{i}{1+i} = 0.966184$
Die Formel für die Durchschnittsprämie für den offenen, zwischen a und b sinkenden Bestand erhält den Nenner:

$$\sum_{t=0}^{\infty} v^t \, B(t) = 1000 \, (\ddot{a}_{\overline{a}|} + \sum_{t=a}^{b-1} v^{2t-a} + (\ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \ddot{a}_{\overline{2b-a}|}))$$

Das mittlere Glied ist die Summe einer abbrechenden geometrischen Reihe. Folglich können wir auch schreiben:

$$\sum_{t=0}^{\infty} v^t \, B(t) = 1000 \, (\ddot{a}_{\overline{a}|} + \ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \ddot{a}_{\overline{2b-a}|} + \frac{v^{2a} - v^{2b}}{v^a - v^{a+2}})$$

Bei verschiedenen Werten von a und b ergeben sich folgende Nenner:

a	b	steigend	sinkend	konstant
5	10	33'781	26'010	
5	15	37'991	23'485	
5	20	42'201	21'695	
5	25	46'411	20'427	
10	15	33'116	26'573	
10	20	36'661	24'447	
10	25	40'205	22'940	
10	30	43'750	21'872	29'571
15	20	32'556	27'047	für
15	25	35'540	25'257	alle
15	30	38'525	23'988	Werte
15	35	41'509	23'088	
20	25	32'084	27'446	
20	30	34'597	25'939	
20	35	37'110	24'870	
20	40	39'623	24'113	

Zur Berechnung der Durchschnittsprämien und Eintrittsgewinne nehmen wir als Eintrittsalter z = 25 an.

2. Durchschnittsprämie einer offenen, zwischen a und b steigenden oder sinkenden Gesamtheit

a) Steigung zwischen a und b

	EVK/22/3½ %				EVK/37/3½ %/I			
b-a	a 5	1o	15	2o	5	1o	15	2o
5	312.37	314.48	316.32	317.93	311.o8	313.34	315.32	317.o4
1o	3oo.72	3o4.11	3o7.17	3o9.89	298.58	3o2.22	3o5.5o	3o8.42
15	291.4o	295.58	299.43	3o2.94	288.58	293.o6	297.19	3oo.96
2o	283.77	288.43	292.81	296.88	28o.39	285.38	29o.o8	294.45
	EVK/5o/3½ %				EVK/6o/3½ %/A			
5	287.o6	289.32	291.29	293.oo	284.31	286.66	288.7o	29o.48
1o	274.62	278.24	281.5o	284.41	271.4o	275.16	278.55	281.57
15	264.66	269.12	273.23	276.99	261.o7	265.7o	269.97	273.86
2o	256.51	261.48	266.16	27o.51	252,61	257.77	262.62	267.14

b) Senkung zwischen a und b

	EVK/22/3½ %				EVK/37/3½ %/I			
b-a	a 5	1o	15	2o	5	1o	15	2o
5	343.76	34o.87	338.53	336.62	344.77	341.67	339.16	337.11
1o	358.43	352.49	347.83	344.14	36o.51	354.13	349.14	345.17
15	37o.9o	362.o3	355.27	35o.o2	373.89	364.37	357.11	351.48
2o	381.o7	369.59	361.o3	354.5o	384.8o	372.48	363.3o	356.29
	EVK/5o/3½ %				EVK/6o/3½ %/A			
5	32o.61	317.52	315.o2	312.98	319.12	315.92	313.32	311.21
1o	336.28	329.93	324.95	321.o1	335.39	328.8o	323.64	319.54
15	349.61	34o.12	332.9o	327.29	349.22	339.37	331.88	326.o6
2o	36o.47	348.2o	339.o6	332.o8	36o.48	347.75	338.27	331.o3

3. Eintrittsgewinn der offenen, konstanten Gesamtheit berechrechnet mit den verschiedenen Durchschnittsprämien

(in Fr. 1000)

		EVK/22/3½ %				EVK/37/3½ %/I			
Prämie der geschl.Kasse		4961				4960			
Prämie d.off. konst. Kasse		2072				2157			
b-a \ a		5	10	15	20	5	10	15	20
Prämie der offenen, steigenden Kasse	5	1814	1850	1882	1910	1888	1926	1959	1988
	10	1613	1671	1724	1771	1679	1740	1795	1844
	15	1452	1524	1591	1651	1512	1587	1656	1719
	20	1320	1401	1476	1546	1375	1458	1537	1610
Prämie der offenen, sinkenden Kasse	5	2356	2306	2265	2232	2453	2401	2359	2324
	10	2609	2506	2426	2362	2716	2609	2526	2459
	15	2824	2671	2554	2464	2940	2781	2659	2565
	20	3000	2802	2654	2541	3123	2917	2763	2646

		EVK/50/3½ %				EVK/60/3½ %/A			
Prämie der geschl.Kasse		4389				4356			
Prämie d.off. konst. Kasse		2037				2069			
b-a \ a		5	10	15	20	5	10	15	20
Prämie der offenen, steigenden Kasse	5	1783	1819	1850	1877	1811	1848	1880	1907
	10	1585	1643	1695	1741	1611	1669	1722	1769
	15	1427	1498	1563	1623	1450	1522	1589	1649
	20	1298	1377	1451	1520	1319	1399	1474	1544
Prämie der offenen, sinkenden Kasse	5	2316	2267	2227	2195	2353	2303	2263	2230
	10	2565	2464	2385	2322	2606	2503	2423	2359
	15	2776	2625	2511	2422	2821	2668	2551	2461
	20	2949	2754	2609	2498	2991	2798	2651	2538

4. Eintrittsgewinn einer offenen, zwischen a und b steigenden Gesamtheit

		EVK/22/3½ %				EVK/37/3½ %/I			
b-a \ a		5	1o	15	2o	5	1o	15	2o
Prämie der	5	6171	598o	5819	5683	62o6	6oo9	5843	57o4
geschlos-	1o	7381	6998	6676	64o5	7453	7o59	6727	6448
senen	15	859o	8o17	7534	7127	87oo	81o9	7611	7192
Kasse	2o	98oo	9o36	8392	785o	9947	9159	8495	7936
Prämie der	5	2577	2498	243o	2374	27oo	2614	2542	2481
offenen,	1o	3o83	2923	2789	2675	3242	3o7o	2926	28o5
konstanten	15	3588	3349	3147	2977	3784	3527	3311	3128
Kasse	2o	4o94	3774	35o5	3279	4327	3984	3695	3452
Prämie der	5	2256	223o	22o7	2188	2363	2334	23o9	2287
offenen,	1o	2399	2358	232o	2287	2523	2477	2435	2397
steigenden	15	2514	2463	2415	2372	2652	2594	2541	2493
Kasse	2o	26o8	2551	2497	2447	2757	2693	2632	2576
Prämie der	5	293o	2779	2657	2557	3o69	29o9	2779	2673
offenen,	1o	3882	3536	3265	3o5o	4o82	3714	3426	3197
sinkenden	15	4891	4317	3879	354o	5158	4547	4o81	372o
Kasse	2o	5926	51o3	4489	4o21	6263	5386	4733	4233

		EVK/5o/3½ %				EVK/6o/3½ %/A			
b-a \ a		5	1o	15	2o	5	1o	15	2o
Prämie der	5	5552	5368	5213	5o83	5535	5349	5192	5o6o
geschlos-	1o	6716	6348	6o38	5778	6715	6342	6o28	5764
senen	15	7879	7327	6863	6472	7894	7335	6864	6468
Kasse	2o	9o42	83o7	7688	7166	9o74	8328	77oo	7172
Prämie der	5	2577	2491	2419	2359	263o	2541	2467	24o4
offenen,	1o	3117	2946	28o2	2681	319o	3o13	2864	2738
konstanten	15	3657	34o1	315o	3oo4	375o	3485	3261	3o73
Kasse	2o	4197	3855	3568	3326	4311	3956	3658	34o7
Prämie der	5	2256	2225	2198	2174	23o2	2269	2241	2216
offenen,	1o	2426	2376	2332	2292	2483	243o	2383	2341
steigenden	15	2562	25o1	2418	2394	2628	2563	25o3	2448
Kasse	2o	2674	26o6	2542	2482	2747	2674	26o6	2543
Prämie der	5	293o	2773	2645	2542	299o	2828	2697	259o
offenen,	1o	3924	3564	3281	3o57	4o17	3645	3353	3122
sinkenden	15	4984	4384	3927	3571	5112	4492	4o2o	3654
Kasse	2o	6o76	5213	457o	4o79	624o	5349	4685	4179

5. Eintrittsgewinn einer offenen, zwischen a und b sinkenden Gesamtheit

		EVK/22/3½ %				EVK/37/3½ %/I			
b-a \ a		5	1o	15	2o	5	1o	15	2o
Prämie der	5	3937	4o99	4235	435o	39o5	4o72	4212	433o
geschlos-	1o	3212	3488	3721	3917	3157	3442	3682	3884
senen	15	2697	3o55	3356	361o	2627	2996	33o6	3567
Kasse	2o	2333	2748	3o98	3392	2251	2679	3o4o	3343
Prämie der	5	1645	1712	1769	1817	1698	1771	1832	1883
offenen,	1o	1342	1457	1554	1636	1373	1497	16o1	1689
konstanten	15	1127	1276	14o2	15o8	1143	13o3	1438	1552
Kasse	2o	974	1148	1294	1417	979	1165	1322	1454
Prämie der	5	144o	1529	16o7	1675	1487	1581	1664	1736
offenen,	1o	1o44	1175	1293	1398	1o69	12o8	1333	1444
steigenden	15	789	939	1o76	12o1	8o1	958	11o4	1236
Kasse	2o	621	776	922	1o57	624	788	942	1o85
Prämie der	5	187o	19o5	1934	1958	1931	1971	2oo3	2o29
offenen,	1o	1689	1762	182o	1865	1729	1811	1875	1926
sinkenden	15	1536	1645	1728	1793	1557	168o	1773	1845
Kasse	2o	1411	1552	1657	1738	1418	1576	1693	1783

		EVK/5o/3½ %				EVK/6o/3½ %/A			
b-a \ a		5	1o	15	2o	5	1o	15	2o
Prämie der	5	34o4	356o	3691	38o1	3358	3516	3649	3761
geschlos-	1o	27o7	2972	3196	3385	2651	2921	3147	3338
senen	15	2212	2556	2845	3o89	215o	2498	2792	3o39
Kasse	2o	1861	2261	2597	288o	1794	2199	254o	2827
Prämie der	5	158o	1652	1713	1764	1595	167o	1733	1787
offenen,	1o	1256	1379	1483	1571	1259	1387	1495	1586
konstanten	15	1o27	1186	1321	1434	1o21	1187	1326	1444
Kasse	2o	864	1o49	12o5	1337	852	1o45	12o7	1343
Prämie der	5	1383	1475	1556	1626	1397	1492	1575	1647
offenen,	1o	978	1113	1234	1343	98o	1119	1244	1356
steigenden	15	719	872	1o14	1143	716	873	1o18	1115o
Kasse	2o	55o	7o9	859	998	543	7o6	86o	1oo2
Prämie der	5	1796	1839	1873	19o1	1814	1859	1895	1925
offenen,	1o	1582	1669	1737	1791	1586	1678	1751	18o8
sinkenden	15	1399	1529	1628	17o5	1392	153o	1635	1717
Kasse	2o	1251	1418	1544	1639	1234	1412	1545	1647

6. Ergebnis bezüglich der Durchschnittsprämien

Je früher der Bestand zu steigen beginnt und je länger die Steigung dauert, desto niedriger wird die Durchschnittsprämie, wobei der Beginn der Steigung stärker ins Gewicht fällt als deren Dauer. Für den zwischen a und b sinkenden Bestand lässt sich umgekehrt dasselbe sagen: Je früher der Bestand zu sinken beginnt und je länger die Abnahme dauert, desto höher wird die Durchschnittsprämie wieder mit dem Hauptgewicht auf dem Zeitpunkt, zu dem die Abnahme beginnt.

Bezüglich der Aenderung der Rechnungsgrundlagen stellen wir beim steigenden Bestand ein Absinken der Durchschnittsprämie fest. Die Abnahme ist besonders gross beim Uebergang von EVK/37 auf EVK/5o. Alle Kräfte wirken in der selben Richtung. Beim sinkenden Bestand gleichen sich die Tendenzen gegenseitig aus. So ergibt sich eine nur geringe Erhöhung der Prämie beim Uebergang von EVK/22 auf EVK/37, eine massive Abnahme von EVK/37 auf EVK/5o und eine geringe ABnahme von EVK/5o auf EVK/6o.

7. Ergebnis bezüglich der Eintrittsgewinne

Der Eintrittsgewinn des steigenden Bestandes ist für alle Rechnungsgrundlagen grösser als der Eintrittsgewinn des sinkenden Bestandes. Der Unterschied ist umso bedeutender, je früher die Steigung beginnt und je länger sie anhält bzw, je früher die Abnahme beginnt und je länger sie anhält.

Bezüglich der Aenderung der Rechnungsgrundlagen gilt analog das zur Durchschnittsprämie Gesagte.

Nehmen wir nun an, wir würden von den Mitgliedern einer Versicherungskasse die Prämie der offenen, zwischen a und b steigenden Gesamtheit verlangen, obwohl die Kasse eine konstante Entwicklung durchmacht. Dann entsteht ein Fehlbetrag in der Höhe von Fr. 2'o69'ooo.- (EVK/6o), der grösser ist als der Eintrittsgewinn, der nur Fr. 1'522'ooo.- (EVK/6o; a = lo, b = 25) beträgt. Eine Prämienanpassung oder/und Sanierung ist hier unumgänglich.
Umgekehrt erhalten wir bei der Bezahlung der höheren Durchschnittsprämie für die sinkende Gesamtheit bei konstanter Entwicklung der Kasse einen Fehlbetrag in der Höhe von Fr. 2'o69'ooo.- (EVK/6o), der kleiner ist als der Eintrittsgewinn, der in diesem Fall Fr. 2'668'ooo.- (EVK/6o; a = lo, b = 25) beträgt.
Der Ueberschuss kann zur Tilgung des latenten Fehlbetrages verwendet werden. Ist dieser nach einiger Zeit abgetragen, hat sich theoretisch die offene Kasse in eine geschlossene verwandelt.

Auch alle andern Kombinationen Durchschnittsprämien/Eintrittsgewinn zeigen die Auswirkungen, wenn eine Versicherungskasse nicht die der Bestandesentwicklung angemessene Durchschnittsprämie wählt. Verheerend für sie wird das Ergebnis dann, wenn der Eintrittsgewinn hinter dem Fehlbetrag zurücksteht. Dies ist vor allem dort der Fall, wo eine Kasse einen steigenden Bestand erwartet, dieser aber in Wirklichkeit sinkt. Allein schon eine Konstanz in der Bestandesentwicklung führt hier mit der Zeit zum Zusammenbruch der Kasse; dies auch, wenn sie nur mit ganz geringer Steigerung gerechnet hat.

*** ***
***

III. T E I L: M O D E L L K A S S E 2

A BESTIMMUNG DER MODELLKASSE 2

Wir legen der Modellkasse 2 den Aktiven- und Rentnerbestand der Eidgenössischen Versicherungskasse (EVK) zugrunde. Wir wählen das Jahr 1942 und die folgenden, weil wir für diese Zeit ein lückenloses Datenmaterial zur Verfügung haben. Zudem sind diese Jahrgänge für unsern Zweck besonders geeignet: Es gibt die vielen administrativen Pensionierungen als Folge der Arbeitslosigkeit in den Vorkriegsjahren nicht mehr. In dieser Zeit kann auch die Entwicklung der EVK noch als natürlich bezeichnet werden. Von den fünfziger Jahren an bis heute sind die Versichertenbestände enorm gestiegen, weil gleichzeitig auch die Bundesaufgaben stark gewachsen sind. Eine solche Entwicklung wäre für andere Versicherungskassen nicht mehr repräsentativ.

1. Bestand und Altersstruktur im Jahre 1942

Altersgruppe	aktive Männer	aktive Frauen	IR/AR Männer	IR/AR Frauen	Witwen
unter 2o	78	-	-	-	-
2o - 24	1'o65	32	-	-	-
25 - 29	2'842	334	4	1	9
3o - 34	3'573	437	5	3	21
35 - 39	2'767	4o7	8	1o	43
4o - 44	3'164	547	36	26	144
45 - 49	4'o61	367	11o	34	245
5o - 54	3'7o6	233	236	84	384
55 - 59	2'665	119	497	124	5o4
6o - 64	1'7oo	84	834	163	71o
65 - 69	245	34	1'719	147	691
7o - 74	22	11	1'135	124	543
75 - 79	6	1	655	77	365
8o - 84	-	1	252	43	181
85 - 89	-	-	59	11	41
9o - 94	-	-	9	6	1o
95 - 99	-	-	-	-	1
Total	25'894	2'6o7	5'559	853	3'892

Bei unserm Modell soll es sich um eine offene Kasse mit konstantem Aktivenbestand handeln.

2. Prämienpflicht und Leistungen

Alle Aktiven bezahlen eine Durchschnittsprämie. Die unter 2o-jährigen Versicherten sollen im Verlaufe des ersten Jahres 2o werden. Das Höchstalter als Aktiver betrage 77 Jahre; ältere werden invalid erklärt. Das Höchstalter als Rentner sei loo Jahre.
Ferner berücksichtigen wir weder Einkaufssummen noch Abgangsentschädigungen, was gleichbedeutend mit der Tatsache ist, dass sich kein Eintretender in die Kasse einkaufen muss und dass kein Austretender eine Abgangsentschädigung erhält. Da wir ohnehin nur junge Eintretende erwarten und gar keine Austritte erhoffen, dürfen wir diese Annahme machen.
Die Leistungen der Kasse erstrecken sich auf folgende Renten:

Fr. l'ooo.- p.a. an invalide Männer,
Fr. l'ooo.- p.a. an invalide Frauen,
Fr. 6oo.- p.a. an Witwen

Zudem wird an sich wiederverheiratende Witwen eine dreifache Abfindung, also Fr. l'8oo.-, gewährt.

3. Rechnungsgrundlagen

Da wir unsere Kasse im Jahre 1942 betrachten, verwenden wir auch die damals gebräuchlichen Rechnungsgrundlagen: EVK/37/ 3½ %/I. Diese Grundlagen eignen sich besonders gut für unsere Berechnungen, da sie auf den Erfahrungen der EVK selbst aufgebaut sind.
Für die Frauen sind damals keine eigenen Werte berechnet worden. Wir verwenden für sie die Tarife der Männer unter Berücksichtigung der wegfallenden Hinterbliebenenrenten.

B FINANZIERUNG DER KASSE

Damit die Kasse ihre gegenwärtigen und zukünftigen Verpflichtungen erfüllen kann, stellen wir sie auf folgende finanzielle Basis:

1. Höhe des Fonds

Die bereits bestehenden Rentenansprüche sollen durch einen Fonds gedeckt werden. Der folgenden Aufstellung entnehmen wir die Barwerte der laufenden Renten. Die Belastungen durch die laufenden Invalidenrenten für die Männer beträgt 55 Mio Franken, für die laufenden Witwenrenten 24 Mio Franken. Insgesamt wird für die Männer ein Fonds von 79 Mio Franken benötigt. Die Belastung durch die Invalidenrenten der Frauen beläuft sich auf 7,8 Mio Franken. Für die Frauen ist somit ein Fonds in dieser Höhe erforderlich.

Altersgruppe	Barwert der laufenden ..... Invalidenrenten/M	Invalidenrenten/F	Witwenrenten
2o - 24	-	-	-
25 - 29	78'5oo	17'216	75'366
3o - 34	96'115	49'68o	2o6'8o8
35 - 39	148'52o	157'89o	444'921
4o - 44	636'12o	387'14o	1'473'84o
45 - 49	1'821'93o	471'444	2'359'595
5o - 54	3'596'876	1'o66'o44	3'341'568
55 - 59	6'814'864	1'4o8'764	3'832'416
6o - 64	9'98o'478	1'6o6'691	4'579'5oo
65 - 69	17'281'1o7	1'2o6'282	3'659'536
7o - 74	9'175'34o	811'332	2'281'686
75 - 79	4'o82'615	391'776	1'189'535
8o - 84	1'157'436	166'625	442'oo2
85 - 89	192'694	31'812	74'497
9o - 94	2o'385	12'756	14'26o
95 - 99	-	-	1'o39
Total	55'o82'98o	7'785'452	23'976'569

Altersgruppe	Männer Belastung	Entlastung 1	Frauen Belastung	Enlastg. 1
2o - 24	3'735'324	23'4o7.497	7o'464	655.328
25 - 29	1o'788'232	54'532.296	847'692	6'4o8.792
3o - 34	15'699'762	63'o74.169	1'288'713	7'714.361
35 - 39	14'o2o'389	43'859.717	1'398'859	6'451.357
4o - 44	18'367'o2o	43'641.o52	2'19o'735	7'544.771
45 - 49	26'7o9'197	46'794.9o3	1'7o6'183	4'228.941
5o - 54	26'883'324	34'o35.9o4	1'226'512	2'139.872
55 - 59	2o'89o'935	17'967.43o	695'912	8o2.298
6o - 64	13'824'4oo	7'51o.6oo	521'724	371.112
65 - 69	1'923'985	631.855	2o7'332	87.686
7o - 74	151'338	32.56o	59'389	16.28o
75 - 79	36'222	3.216	9'642	1.o72
Total	153'o3o'128	335'491.199	1o'223'157	36'421.87o

2. Durchschnittsprämie

Die Anwartschaften der Aktiven auf Invaliden- und Hinterbliebenenrenten sollen durch eine jährlich gleichbleibende Durchschnittsprämie gedeckt werden. Zu deren Berechnung benötigen wir die vorstehende Aufstellung der Barwerte aller künftigen Renten und Prämienzahlungen.

a) geschlossene Gesamtheit
Die Durchschnittsprämie für die Männer beträgt (nach (1))

$$P^{M}_{\Delta} = \frac{153'030'128}{335'491.199} = \text{Fr. } 456.138$$

Die Durchschnittsprämie für die Frauen beträgt (nach (1))

$$P^{F}_{\Delta} = \frac{10'223'157}{36'421.870} = \text{Fr. } 280.687$$

b) offene, konstante Gesamtheit
Da der Neuzugang der Kasse als gesichert erscheint, wollen wir nach dem Prinzip der offenen Kasse rechnen. Wir nehmen an, der Versichertenbestand bleibe konstant; d.h. die durch Tod oder Invalidität ausscheidenden Aktiven werden durch neueintretende 22-jährige Männer und Frauen ersetzt.
Die individuelle Prämie für einen 22-jährigen Mann hat den Wert

$$P^{M}_{22} = \frac{3'735'324}{23'407.497} = \text{Fr. } 159.578$$

Die Durchschnittsprämie für die Männer beträgt (nach (4'))

$$P^{M}_{o} = 159.578 + \frac{153'030'128 - 335'491.199 \cdot 159'578}{29.57142 \cdot 25'894} =$$

$$= 159.578 + 129.934 = \text{Fr. } 289.512$$

Die individuelle Prämie für eine 22-jährige Frau hat den Wert

$$P^{F}_{22} = \frac{70'464}{655.328} = \text{Fr. } 107.525$$

Die Durchschnittsprämie für die Frauen beträgt (nach (4'))

$$P^{F}_{o} = 107.525 + \frac{10'223'157 - 36'421.870 \cdot 107.525}{29'57142 \cdot 2'607}$$

$$= 107.525 + 81.809 = \text{Fr. } 189.334$$

Die Entlastung beläuft sich somit für die Männer auf Fr. 97'128'728.-, für die Frauen auf Fr. 6'895'898.-.

3. Eintrittsgewinn

Der Eintrittsgewinn erreicht (nach (6)) bei einer Durchschnittsprämie von Fr. 289.512 bei den Männern die Höhe von

G_o^M = (289.512 - 159.578)(765'722.35 - 335'491.2o) =

= Fr. 55'9ol'654.-

Der Eintrittsgewinn erreicht (nach (6)) bei einer Durchschnittsprämie von Fr. 189.334 bei den Frauen die Höhe von

G_o^M = (189.334 - 1o7.525)(77'o92.69 - 36'421.87) =

= Fr. 3'327'239.-

4. Eröffnungsbilanz

Wir sind nun in der Lage, die versicherungstechnische Eröffnungsbilanz für unsere Modellkasse aufzustellen. Den technischen Fehlbetrag erhalten wir, indem wir von den Passiven den Fonds und den Barwert der künftigen Beiträge abziehen. Er ist - wie wir sehen werden - bis auf eine Rundungsdifferenz gleich dem Barwert der künftigen Eintrittsgewinne.

Eröffnungsbilanz/Männer

Aktiven		
a) Barwert der künftigen Beiträge	Fr.	97'128'728.-
b) Fonds	"	79'o59'549.-
c) Barwert der künftigen Eintrittsgewinne	"	55'9ol'654.-
Total	Fr.	232'o89'931.-
Passiven		
a) Anwartschaft der Aktiven auf Invaliden- und Hinterbliebenenrenten	Fr.	153'o3o'128.-
b) Barwert der laufenden Renten und Anwartschaft der Rentner auf Hinterbliebenenrenten	"	79'o59'549.-
Rundungsdifferenz	"	254.-
	Fr.	232'o89'931.-

Eröffnungsbilanz/Frauen

Aktiven		
a) Barwert der künftigen Beiträge	Fr.	6'895'898.-
b) Fonds	"	7'785'452.-
c) Barwert der künftigen Eintrittsgewinne	"	3'327'239.-
Rundungsdifferenz	"	2o.-
Total	Fr.	18'oo8'6o9.-

Passiven	
a) Anwartschaft der Aktiven auf Invalidenrente	Fr. 1o'223'157.-
b) Barwert der laufenden Renten	" 7'785'452.-
Total	Fr. 18'oo8'6o9.-

C ERWARTETE BILANZEN DER JAHRE 1942 - 47

1. Annahmen und Vorgehen

Anhand der Tabellen 1, 4, 5, und 8 unserer Rechnungsgrundlagen ermitteln wir die Veränderungen im Bestand (die ja genau so erfolgen sollen, wie wir sie erwarten).
Die Zahl der neueintretenden Aktiven ergibt sich aus der Summe der gestorbenen und der invalid gewordenen Aktiven: Wir haben bekanntlich einen konstanten Bestand vorausgesetzt.
Zur Bestimmung der jährlichen Witwenzahl nehmen wir an, jeder Aktive und Rentner hinterlasse beim Tod eine Ehefrau. Damit erhalten wir allerdings einen übermässig grossen Witwenbestand.
Um den Arbeitsaufwand im Rahmen zu halten, gehen wir für die Bestandesveränderung ebenfalls nach der Gruppenmethode vor. Wir verwenden die Wahrscheinlichkeiten i_x, q_x^a, q_x^i, q_y^w und h_y^w des mittleren Gruppenalters, dabei nehmen wir an, jeder der fünf Jahrgänge sei in der Gruppe gleich stark vertreten.
Beim Uebergang in das nächste Versicherungsjahr zählen wir ein Fünftel des Gruppenbestandes zu folgenden Gruppe. Der dadurch verursachte Fehler wird hauptsächlich bei den hohen Altern gross, da diese Gruppen schwach besetzt sind.
Obwohl die Durchschnittsprämie richtig berechnet wurde, müssen wir wegen der vereinfachenden Annahmen und Methoden einen Gewinn oder Verlust in der Bilanz erwarten. Weil er aber nicht durch einen Versicherungsvorgang entstanden ist, werden wir ihn nicht fortschreiben und nicht verzinsen, sondern nur als Rundungsdifferenz ausweisen. In den ersten Jahren wird bei den Männern infolge der vielen Jungeintretenden ein Gewinn entstehen. Durch schnelles Altern und enormes Anwachsen der Witwenzahl wird der Gewinn abnehmen und sich schliesslich in einen Verlust verwandeln. Da die Altersverteilung der Frauen bereits zu Beginn der Versicherung günstig ist, wird durch die Eintretenden kein Gewinn entstehen. Die Bilanzen dürften sich im Gleichgewicht halten. Je stärker die Kasse zum Beharrungszustand strebt, desto kleiner wird der Fehler unserer Methode. Um daher die erwartete genaue Tendenz der Entwicklung zu zeigen, führen wir auch einige Daten über die Lage der Kasse im Beharrungszustand auf, ohne aber auf deren Berechnung einzugehen.

2. Mittlerer Jahresbestand

Um eine Bilanz für die Jahre 1942 - 1947 aufstellen zu können, benötigen wir den mittleren Jahresbestand. Die Bestandesveränderung erfolge gleichmässig über das Jahr verteilt. Der mittlere Bestand lässt sich gewinnen, indem wir zu Anfangsgesamtheit die Hälfte der Eintritte addieren und die Hälfte der Todesfälle und Invalidierungen subtrahieren. Das Rechnen mit dem mittleren Bestand wirkt sich so aus, als ob eine Person, die vor dem 3o. Juni eintritt, resp. invalid wird, die volle Jahresprämie entrichten muss, resp. die volle Jahresrente erhält. Wenn sie aber erst in der zweiten Hälfte des Jahres eintritt, resp. invalid wird, bezahle sie für den Rest dieses Jahres keine Prämie mehr, resp. bekomme sie für diese Zeit keine Rente.
Wir berechnen der Einfachheit halber auch die Anwartschaften auf Rente und den Barwert der künftigen Beiträge vom mittleren Jahresbestand.

a) **aktive Männer**

$\bar{x}$	1942	1943	1944	1945	1946	1947	BZ
22	1314.7	1646.6	1963.8	2268.3	2551.5	28o6.9	324o
27	266o.3	2375.9	2223.o	2164.3	2178.3	2245.8	319o
32	3494.2	3366.2	32o7.4	3ooo.4	2823.6	2685.5	314o
37	2841.3	29o9.o	2937.5	2978.6	297o.o	2927.8	3o79
42	3114.3	3o39.8	2994.1	2963.6	2947.5	2933.o	2999
47	3947.8	3735.4	3552.9	3399.8	3272.8	3169.4	2863
52	37o1.4	367o.8	36o5.o	3517.4	3418.8	3316.8	2625
57	2712.4	2795.2	2852.5	2883.4	2889.9	2875.5	2245
62	1718.6	1759.7	18o5.2	1849.o	1886.7	1915.1	1626
67	35o.3	522.8	634.6	71o.6	764.6	8o4.o	75o
72	34.5	68.7	11o.3	146.1	173.8	194.6	133
77	4.2	3.9	7.7	12.5	16.5	19.6	4
Total	25894	25894	25894	25894	25894	25894	25894

b) Rentner

	1942	1943	1944	1945	1946	1947	BZ
IR/M	5587.3 21.6 %	5665.o 21.9 %	5783.7 22.3 %	5935.9 22.9 %	611o.1 23.6 %	6295.7 24.3 %	6647 25.7 %
IR/F	845.6 32.4 %	83o.3 31.8 %	815.o 31.3 %	8o1.3 3o.7 %	789.5 3o.3 %	779.5 29.9 %	669 25.7 %
WR	4o57.1 15.7 %	438o.2 16.9 %	4687.1 18.1 %	4976.o 19.2 %	5252.4 2o.3 %	5511.4 21.3 %	9933 38.4 %

c) aktive Frauen

$\bar{y}$	1942	1943	1944	1945	1946	1947	BZ
22	52.2	88.9	119.3	145.4	168.4	189.2	326
27	3o3.4	252.3	218.9	198.4	187.2	182.9	321
32	426.o	4oo.1	369.4	338.1	3o9.2	283.7	316
37	4o9.1	41o.7	4o6.7	397.5	383.9	367.4	31o
42	531.3	5o3.6	481.9	463.9	447.6	432.o	3o2
47	382.7	4o7.7	422.o	428.8	43o.8	429.1	289
52	243.8	266.o	288.3	3o8.6	325.7	339.5	264
57	127.7	145.2	162.8	18o.7	198.4	215.2	225
62	83.7	84.8	89.1	95.5	1o3.4	112.6	164
67	34.9	36.4	37.4	38.7	4o.8	43.4	76
72	1o.6	1o.1	1o.1	1o.3	1o.4	1o.8	14
77	1.6	1.2	1.1	1.1	1.2	1.2	-
Total	26o7	26o7	26o7	26o7	26o7	26o7	26o7

d) Erneuerungen

	1942	1943	1944	1945	1946	1947	BZ
Eintritt/Männer	559.o	621.6	679.o	725.o	759.6	784.o	652
Eintritt/Frauen	46.9	47.5	49.3	51.2	53.7	56.o	66
Invalid./Männer	4o1.o	457.8	511.2	554.6	587.5	61o.8	499
Invalid./Frauen	33.9	34.2	35.5	37.1	39.o	41.o	5o
Tod/akt. Männer	158.o	163.8	167.8	17o.4	172.1	173.2	153
Tod/akt. Frauen	13.o	13.3	13.8	14.1	14.7	15.o	16
Tod/ IR /Männer	344.5	358.8	372.8	388.5	4o5.1	422.1	-
Tod/ IR /Frauen	48.7	5o.o	5o.3	49.7	5o.o	5o.1	-
Tod/ Witwen	164.o	197.7	233.5	269.4	3o4.4	339.8	-
Heirat/ Witwen	8.3	9.o	9.2	9.6	9.9	1o.3	-

3. Einnahmen und Ausgaben (in Fr. 1ooo.-)

Die Einnahmen setzen sich zusammen aus
- den Prämieneinnahmen, die wegen des konstanten Bestandes jedes Jahr gleich hoch sind;
- dem Zins auf Prämieneinnahmen minus Renten für ein halbes Jahr; (Die Prämien und Renten sollen auf Mitte Jahr fällig sein.)
- dem Zins auf den Fonds. (Da der Gewinn oder Verlust in der Bilanz nur durch ungenaue Annahmen oder Methoden zustande gekommen ist, wird er nicht verzinst. Als Fonds vom Vorjahr sei immer die Summe betrachtet, die erforderlich wäre, um das Gleichgewicht in der Bilanz herzustellen.)

Die Ausgaben bestehen aus Zahlungen an Rentner und an heiratende Witwen.

Versicherungstechnische Bilanzen

a) Männer

Aktiven	1942	1943	1944	1945	1946	1947	BZ
Barwert der künftigen Beiträge	96687	96002	95658	95592	95769	96132	102694
Fonds	81277	82359	84636	86703	88574	90237	-
Barwert der Eintrittsgewinne	56100	56407	56562	56591	56512	56349	53404
Fehler	-	512	553	628	700	728	-
Total	234064	235280	237409	239514	241555	243446	-
Passiven							
Anwartschaft der Aktiven	153291	153598	153563	153284	152795	152150	145027
Barwert der laufenden IR	55276	55905	56983	58374	59977	61661	-
Barwert der laufenden WR	24593	25777	26863	27856	28783	29635	-
Fehler	904	-	-	-	-	-	-
Total	234064	235280	237409	239514	241555	243446	-

b) Frauen

Aktiven							
Barwert der künftigen Beiträge	6856	6776	6697	6624	6556	6497	6760
Fonds	7699	7675	7611	7563	7517	7500	-
Barwert der Eintrittsgewinne	3345	3379	3413	3445	3474	3500	3386
Fehler	47	-	-	-	10	-	-
Total	17947	17830	17721	17632	17557	17497	-
Passiven							
Anwartschaft der Aktiven	10282	10399	10509	10609	10700	10779	10348
Barwert der laufenden IR	7665	7426	7211	7014	6857	6718	-
Fehler	-	5	1	9	-	-	-
Total	17947	17830	17721	17632	17557	17497	-

	1942	1943	1944	1945	1946	1947
Einnahmen/Männer	1o254	1o295	1o378	1o453	1o522	1o584
Einnahmen/Frauen	76o	759	756	755	753	752
Ausgaben /Männer	8o37	83o9	8613	8939	9279	9621
Ausgaben /Frauen	846	83o	815	8o1	79o	78o

4. Versicherungstechnische Bilanzen

Die vorstehende Seite zeigt die versicherungstechnischen Bilanzen (in Fr. looo.-) der Jahre 1942 - 1947 und einige Werte des Beharrungszustandes.

D DIE TATSAECHLICHEN BILANZEN DER JAHRE 1942 - 1948

1. Vorgehen

Wir benützen die Eröffnungsbilanzen zu Beginn des Jahres 1942 (B 4. S 45/46) als Grundlage. In den darauffolgenden Jahren beobachten wir anhand des Datenmaterials der Eidgenössischen Versicherungskasse die Entwicklung unserer Modellkasse in den Jahren 1942 - 1948.

2. Mittlerer Jahresbestand

a) aktive Männer

$\bar{x}$	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
22	136o.o	1412.o	1624.5	1816.5	237o.5	3167.5	38o7.5
27	3o99.5	3269.5	3356.5	3429.o	3471.o	38oo.o	4331.5
32	3712.5	4o89.5	442o.o	4593.5	4695.o	4888.5	4985.o
37	2818.5	3118.o	3533.5	397o.o	4372.o	47o5.5	5o83.o
42	3169.5	296o.o	2839.o	28o7.o	2879.5	3143.5	348o.5
47	4o49.5	3961.5	3838.5	363o.5	337o.o	3163.o	2984.5
52	3671.o	3782.o	3812.5	3873.o	3929.o	3837.o	3774.o
57	2631.5	2773.5	2929.5	3o51.o	3129.5	3287.o	3396.o
62	16o3.5	1718.5	18o3.o	1865.5	1929.o	1978.o	21o4.5
67	171.o	152.o	152.5	159.5	158.5	172.5	173.o
72	18.o	16.5	18.5	14.5	9.5	8.5	7.5
77	4.5	2.o	3.o	2.5	2.5	2.o	1.5
82	-	-	-	o.5	-	-	-
Total	263o9	27255	28331	29213	3o316	32153	34128.5

b) Rentner

	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
IR/M	5634.5 21.4 %	5756.o 21.1 %	5864.5 2o.7 %	6o18.5 2o.6 %	6191.o 2o.4 %	6361.5 19.8 %	6514.5 19.1 %
IR/F	861.5 33.4 %	883.o 34.8 %	9oo.5 36.5 %	911.o 38.1 %	932.o 39.9 %	961.5 41.8 %	995.o 42.9 %
WR	3951.5 15.o %	4o78.o 15.o %	42o3.o 14.8 %	4348.5 14.9 %	45o8.o 14.9 %	4644.o 14.4 %	4772.5 14.o %

c) aktive Frauen

$\bar{y}$	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
22	55.o	53.o	35.o	13.o	12.5	13.5	12.5
27	333.o	242.5	17o.o	144.o	143.5	16o.o	193.5
32	439.o	469.5	457.o	412.5	343.o	281.o	231.o
37	4o2.5	358.o	359.5	371.5	396.5	4o4.o	433.o
42	541.5	582.o	555.o	51o.5	457.o	394.o	356.o
47	36o.5	377.5	418.5	439.5	459.5	5o3.5	54o.o
52	226.o	238.5	259.5	289.o	295.5	325.5	343.o
57	1o9.5	111.5	116.o	122.o	14o.5	135.o	137.5
62	74.5	65.5	57.5	56.o	6o.5	58.5	58.o
67	3o.o	27.5	28.o	25.5	19.o	18.o	15.5
72	9.o	8.o	6.o	6.5	5.5	6.o	2.o
77	1.o	2.o	2.5	1.o	o.5	-	-
82	1.o	1.o	1.o	o.5	-	-	-
To-tal	2582.5	2536.5	2465.5	2391.5	2333.5	2299.o	2322.o

d) Erneuerungen

	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
Eintritt/Männer	1611	1862	1978	1794	2996	3557	2952
Austritt/Männer	227	246	283	434	792	718	533
Eintritt/Frauen	156	1o8	62	119	121	185	2o5
Austritt/Frauen	163	99	112	1o6	12o	119	87
Invalid./Männer	437	432	478	542	54o	554	498
Invalid./Frauen	41	48	41	56	65	64	65
Tod/akt. Männer	117	122	127	144	136	139	116
Tod/akt. Frauen	1	4	8	6	3	4	5
Tod/ IR /Männer	29o	34o	351	355	379	371	375
Tod/ IR /Frauen	26	22	33	45	37	4o	31
Tod/ Witwen	128	147	159	147	168	195	186
Heirat/ Witwen	8	8	9	12	14	11	11

Versicherungstechnische Bilanzen

a) Männer

Aktiven	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
Barwert der künftigen Beiträge	1oo439	1o4567	1o95o8	113599	117o61	128853	138782
Fonds	81417	83934	86668	89so6	92492	95873	9972o
Barwert der Eintrittsgewinne	56olo	57793	597o9	61263	63947	65713	68847
Total	237866	246294	255885	264368	2735oo	29o439	3o7349
Passiven							
Anwartschaft der Aktiven	153628	1585o2	163726	167978	17263o	18o261	18891o
Barwert der laufenden IR	56537	56914	5741o	58455	59648	6o789	61542
Barwert der laufenden WR	24533	2497o	25448	25981	26649	27123	27514
Gewinn	3168	59o8	93o1	11954	14573	22266	29383
Total	237866	246294	255885	264368	2735oo	29o439	3o7349

b) Frauen

Aktiven							
Barwert der künftigen Beiträge	6911	67o1	6385	6o79	5856	571o	5759
Fonds	7679	7538	736o	7152	69o3	66o9	6276
Barwert der Eintrittsgewinne	3261	3241	32o6	3159	3115	3o95	3129
Verlust	98	47o	961	14o2	1949	257o	3149
Total	17949	1795o	17912	17792	17823	17984	18313
Passiven							
Anwartschaft der Aktiven	1oo24	9972	9882	9754	9635	958o	97oo
Barwert der laufenden IR	7925	7978	8o3o	8o38	8188	84o4	8613
Total	17949	1795o	17912	17792	17823	17984	18313

3. Einnahmen und Ausgaben (in Fr. 1ooo.-)

Die Einnahmen und Ausgaben setzen sich aus den gleichen Elementen zusammen wie bei den früheren Berechnungen (S 48). Für die Verzinsung wird jedoch in diesem Fall der tatsächlich angesammelte Fonds vom Vorjahr herangezogen. Wir benützen wiederum den technischen Zinsfuss von 3½ %, da wir bei unsern Betrachtungen den Zinsfaktor unberücksichtigt lassen.

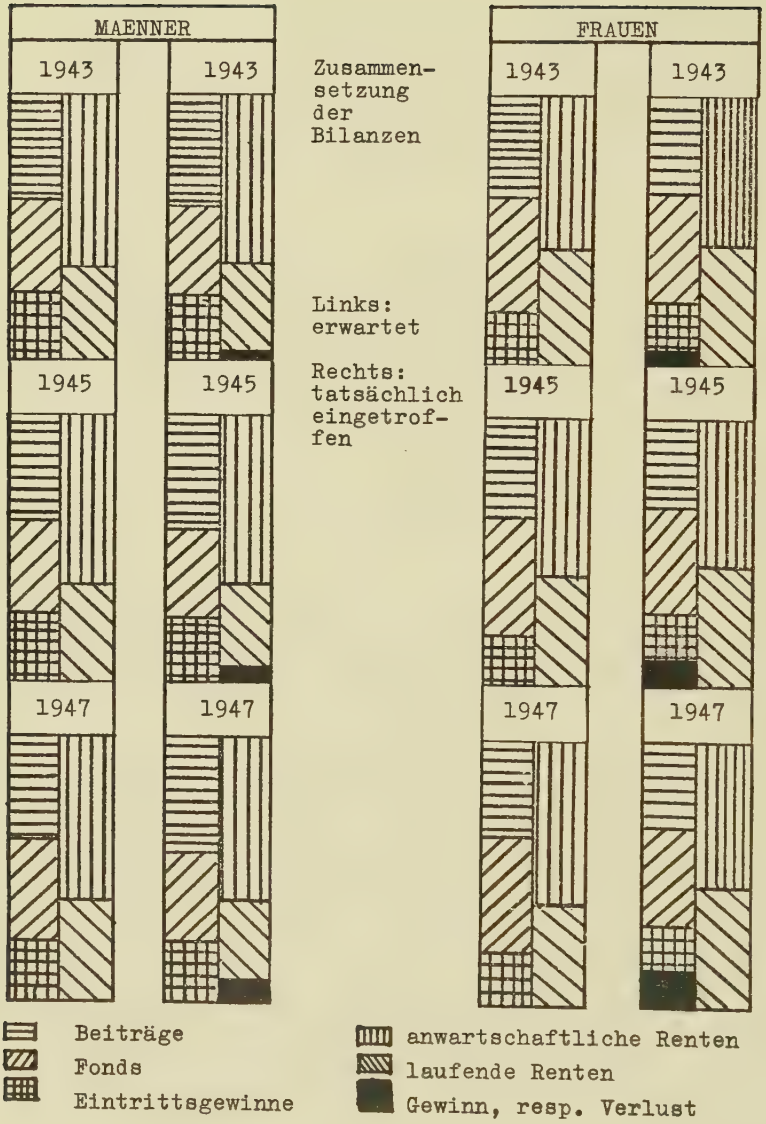
	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
Einnahmen/Männer	1o377	1o735	11136	11488	119o7	12548	13245
Einnahmen/Frauen	755	742	723	7o2	684	668	661
Ausgaben /Männer	8o2o	8217	84o3	8649	8921	9168	9398
Ausgaben /Frauen	862	883	9o1	911	932	962	995

4. Versicherungstechnische Bilanzen

Die vorstehende Seite zeigt die versicherungstechnischen Bilanzen (in Fr. 1ooo.-) der Jahre 1942 - 1948.

F ERGEBNIS

Bei den Männern steigen alle Posten der tatsächlichen Bilanzen. Die Zunahme der Aktiven ist weit grösser (7o Mio) als jene der Passiven (44 Mio), so dass sich der Gewinn um fast das 1o-fache vergrössert. Zu beachten ist vor allem das starke Anwachsen der Eintrittsgewinne, welches auf das Hinzukommen neuer, junger Versicherter zurückzuführen ist. Dieses günstige Resultat darf uns aber nicht darüber hinwegtäuschen, wie stark die Gewinn- und Verlustrechnung von der Bestandesentwicklung abhängig ist. Eine vorübergehende Reduktion der Mitgliederzahl kann schon nach wenigen Jahren zu erheblichen Verlusten führen, wie es das Beispiel des Frauenbestandes veranschaulicht. Hier vermögen die Einnahmen die laufenden Ausgaben nicht mehr zu decken, so dass zu Erfüllung der vertraglichen Verpflichtungen ständig der Fonds herangezogen werden muss. Die laufenden Renten steigen, obwohl die Aktivenzahl fällt.
Die folgende Grafik zeigt die prozentuale Zusammensetzung der technischen Bilanzen von 1943, 1945 und 1947. Der linke Balken bedeutet die erwarteten, der rechte die tatsächlich eingetroffenen Bilanzen für Männer und Frauen.


MAENNER
FRAUEN
1943
1943
1945
1945
1947
1947
Zusammen-
setzung
der
Bilanzen
Links:
erwartet
Rechts:
tatsächlich
eingetrof-
fen
Beiträge
Fonds
Eintrittsgewinne
anwartschaftliche Renten
laufende Renten
Gewinn, resp. Verlust

F URSACHEN DES ERFOLGES

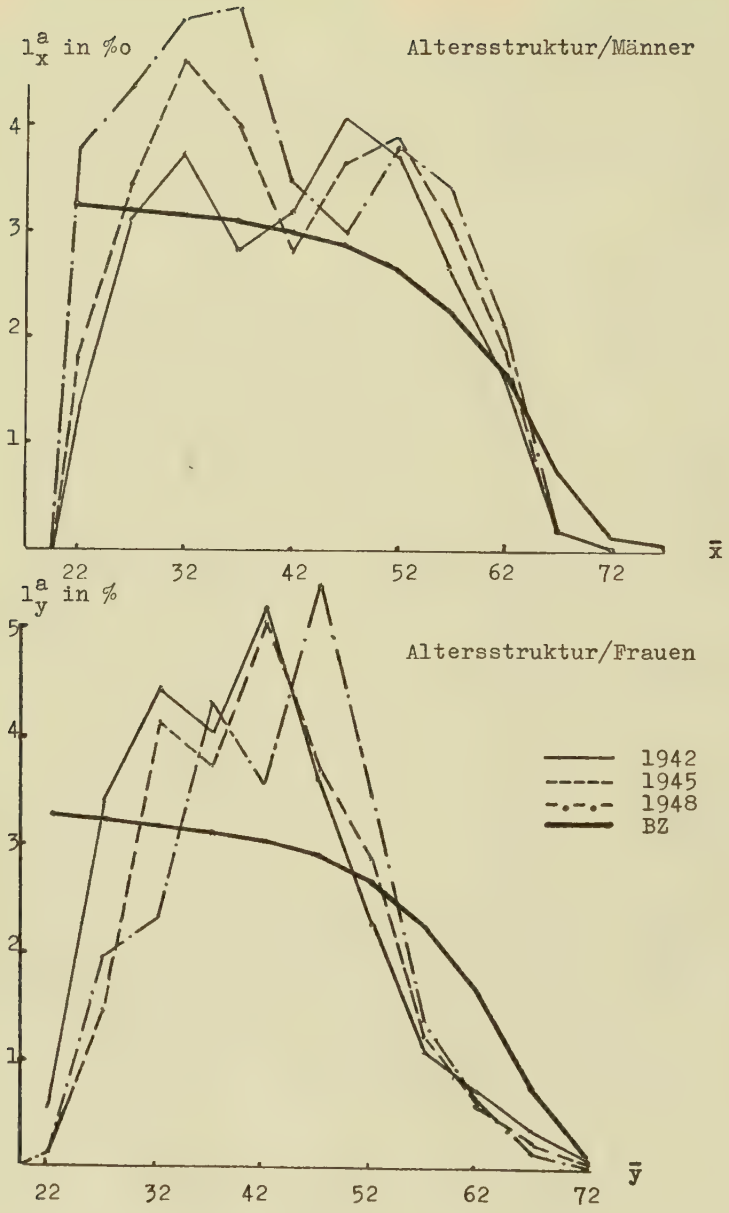
Die Eröffnungsbilanz unserer Modellkasse war vollständig ausgeglichen. Die in den darauf folgenden Jahren entstandenen Gewinne oder Verluste sind als ein Zeichen zu werten, dass die zur Berechnung der Durchschnittsprämie getroffenen Voraussetzungen nicht mit der Wirklichkeit übereinstimmen. Es lassen sich folgende Abweichungen feststellen:

1. Veränderungen im Bestand

a) Umfang des Aktivenbestandes
Entgegen der Annahme einer konstanten Bestandesentwicklung erhöht sich die Zahl der Männer in den sieben Jahren um 31.8 %, die der Frauen vermindert sich um 1o.9 %. Bei den Männern werden dadurch die Einnahmen um 27.6 % gesteigert, allerdings sind auch die Ausgaben um 17.2 % grösser. Beim Frauenbestand sinken die Einnahmen um 12.4 %; die Ausgaben steigen um 15.5 %. Die Zahl der Rentner wächst um 17.2 %, jene der Rentnerinnen um 16.6 % und jene der Witwen um 22.6 %. Die Bestandesvergrösserung wirkt sich für die Versicherungskasse der Männer positiv aus: Es sind jetzt mehr Aktive da, welche Prämien bezahlen. Wenn sie in jungen Jahren der Kasse beigetreten sind, muss diese einen Gewinn erzielen. Die Verminderung der Frauengesamtheit kann nur negative Folgen haben: Es sind weniger Frauen da, welche die erforderliche Prämie bezahlen. Die Belastung durch die laufenden Renten wird jedoch nicht geringer.

b) Altersstruktur
Die Altersstruktur der Männer hat sich zwar verbessert, sie weicht jedoch noch immer vom "idealen" Zustand ab. Der Bestand hat die beiden Maxima beibehalten. Das erste hat sich erheblich vergrössert, das zweite leicht gesenkt und nach rechts verschoben. Das bedeutet, dass sich die Zunahme vor allem auf die Zahl der 2o bis 42-jährigen Männer erstreckt. Zur Verdeutlichung des vorganges halten wir die Besetzung der Altersklassen in Prozent des Gesamtbestandes fest.

Männer	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	BZ
2o - 29	17.o	17.2	17.6	18.o	19.3	21.7	23.9	24.8
3o - 39	24.8	26.4	28.o	29.3	29.9	29.8	29.5	24.o
4o - 49	27.4	25.4	23.6	22.o	2o.6	19.6	18.9	22.6
5o - 59	24.o	24.o	23.8	23.7	23.3	22.2	21.o	18.8
6o - 69	6.7	6.9	6.9	6.9	6.9	6.7	6.7	9.2
7o - 79	o.1	o.1	o.1	o.1	o.o	o.o	o.o	o.5


l_x^a in %o
Altersstruktur/Männer
4
3
2
1
22
32
42
52
62
72
$\bar{x}$
l_y^a in %
Altersstruktur/Frauen
5
4
3
2
1
1942
1945
1948
BZ
22
32
42
52
62
72
$\bar{y}$

Die Altersverteilung der Frauen hat sich verschlechtert. Wir stellen einen starken Rückgang der Zahl der 2o bis 47-jährigen fest. Die älteren Frauen treten in stärkerem Masse auf. Der gesamte Bestand ist älter geworden, und wir müssen mit zusätzlichen Verlusten rechnen.
Prozentualer Anteil der Altersklassen am Gesamtbestand:

Frauen	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	BZ
2o - 29	15.o	11.7	8.3	6.6	6.7	7.6	8.8	24.8
3o - 39	32.6	32.6	33.1	32.8	31.7	29.8	28.6	24.o
4o - 49	35.o	37.8	39.5	39.7	39.3	39.o	38.6	22.6
5o - 59	13.o	13.8	15.2	17.2	18.7	2o.o	2o.7	18.8
6o - 69	4.o	3.7	3.5	3.4	3.4	3.3	3.2	9.2
7o - 79	o.4	o.4	o.4	o.3	o.2	o.3	o.1	o.5

Das Durchschnittsalter hat sich wie folgt verändert:

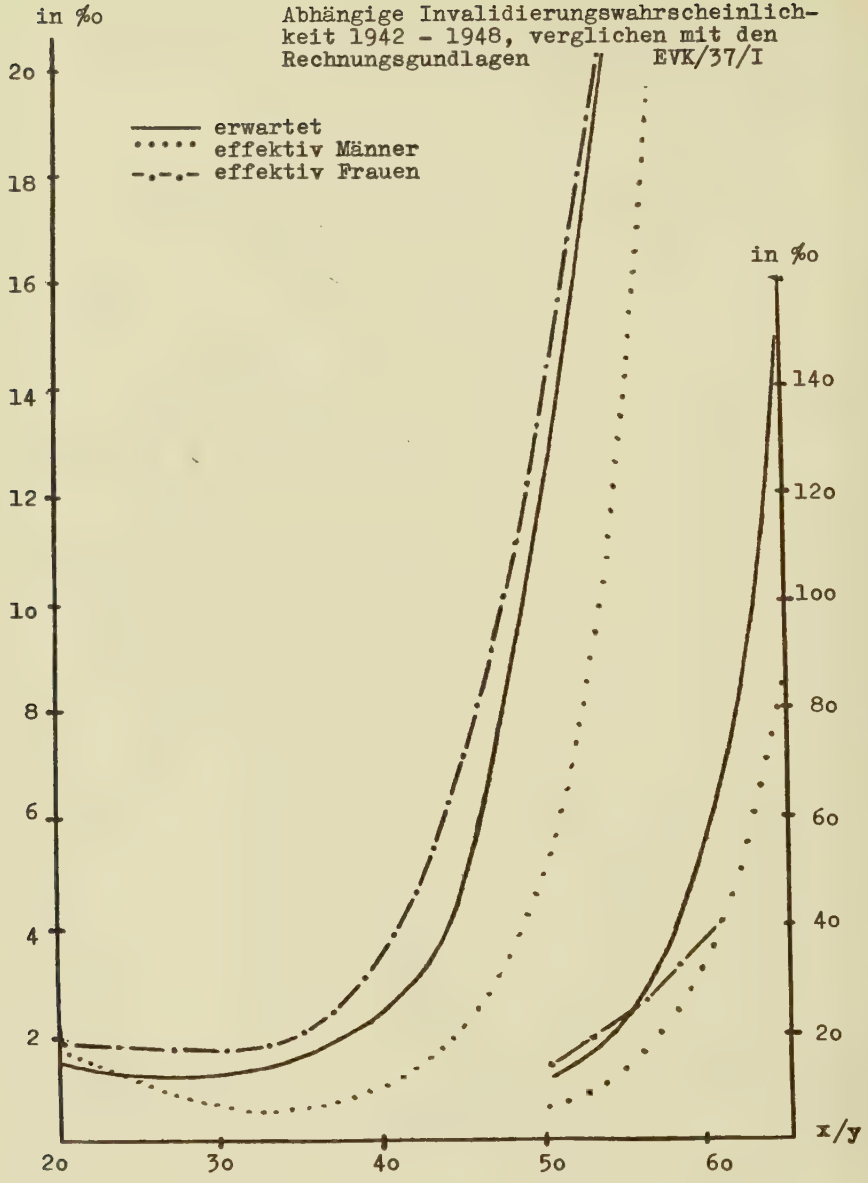
	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	BZ
Männer	42.3	42.2	41.9	41.7	41.3	4o.6	4o.1	4o.8
Frauen	4o.4	4o.9	41.6	42.2	42.6	42.9	42.9	4o.8

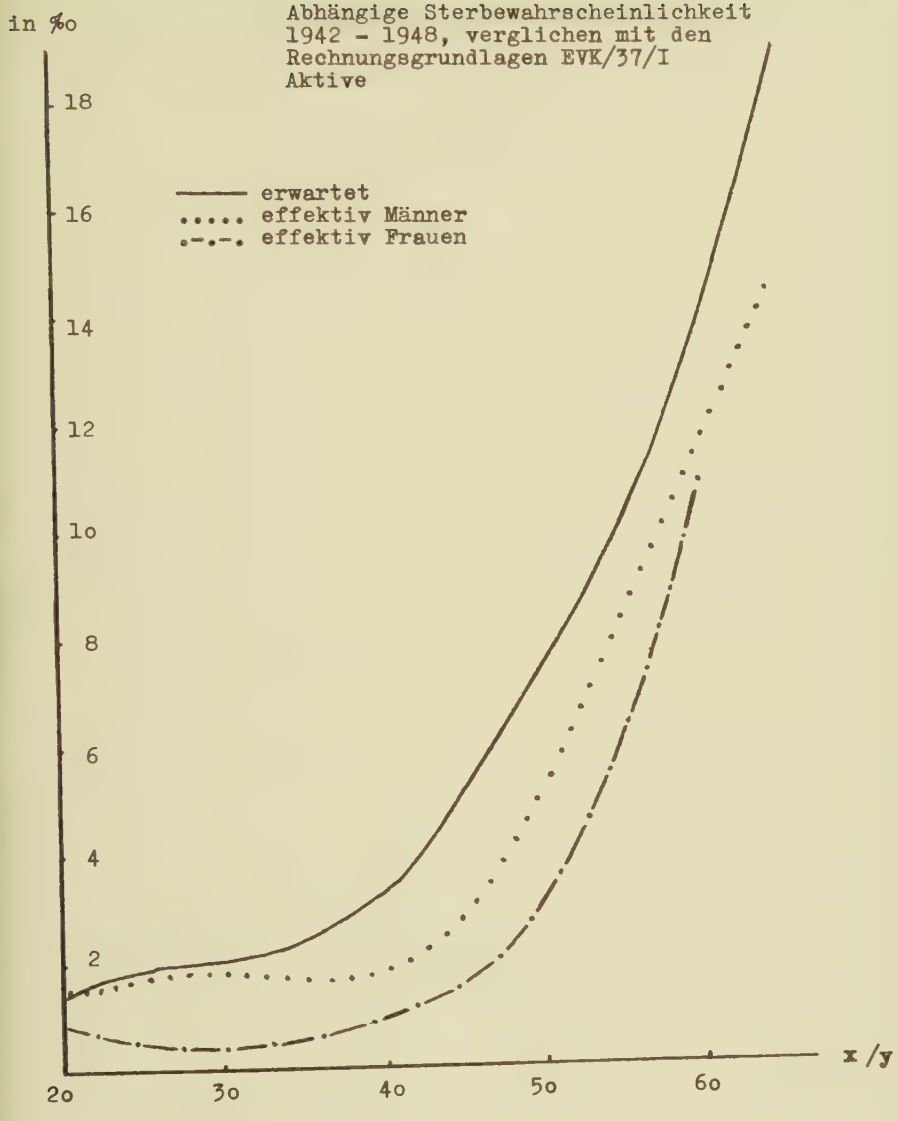
c) Eintrittsalter
Bei Männern und Frauen ist das Eintrittsalter höher als das rechnungsmässig angenommene. Dies führt unmittelbar zu einer Verminderung der erzielbaren Eintrittsgewinne. Auch die niedrigen Austrittsalter tragen zu einer Reduktion der Eintrittsgewinne bei (häufig Austrittsverluste genannt). Vor allem ist davon der Frauenbestand betroffen, wo Eintritts- und Austrittsalter nahe beieinander liegen und zudem die Austritte zahlenmässig stärker ins Gewicht fallen.

	1942	1945	1948
Eintrittsalter/Männer	27.9	26.5	25.9
Austrittsalter/Männer	32.5	29.7	3o.7
Eintrittsalter/Frauen	27.2	29.6	29.9
Austrittsalter/Frauen	27.5	31.4	33.9
Eintritte/Männer	1611	1794	2952
Austritte/Männer	227	434	533
Eintritte/Frauen	156	119	2o5
Austritte/Frauen	163	1o6	87

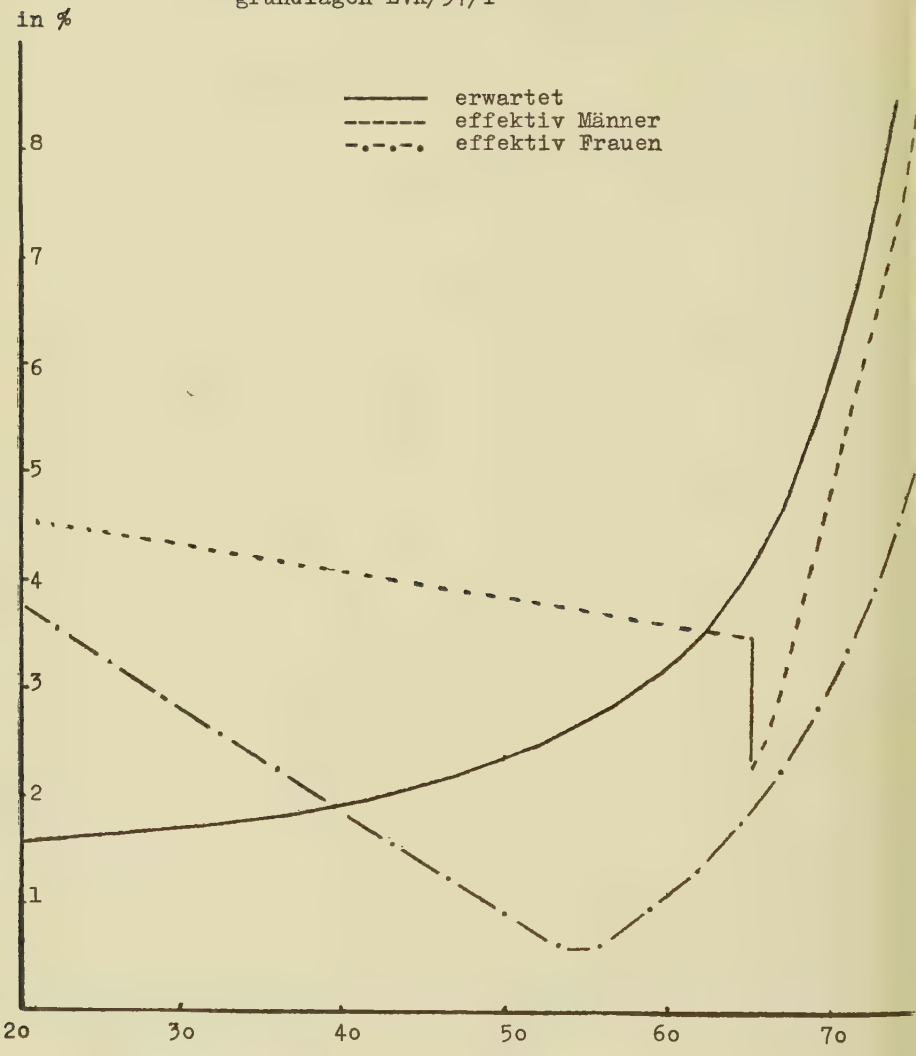
2. Veraltete Rechnungsgrundlagen

Die aufgrund der Wahrscheinlichkeiten erwarteten Todesfälle


in %o
Abhängige Invalidierungswahrscheinlichkeit 1942 - 1948, verglichen mit den Rechnungsgundlagen EVK/37/I
erwartet
effektiv Männer
effektiv Frauen
in %o
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
140
120
100
80
60
40
20
20
30
40
50
60
x/y


in ‰
Abhängige Sterbewahrscheinlichkeit
1942 - 1948, verglichen mit den
Rechnungsgrundlagen EVK/37/I
Aktive
erwartet
effektiv Männer
effektiv Frauen
18
16
14
12
10
8
6
4
2
20
30
40
50
60
x /y

Sterblichkeit der Rentner in den Jahren 1942 - 1948, verglichen mit den Rechnungsgrundlagen EVK/37/I



und Invalidierungen stimmen mit den tatsächlich eingetretenen nicht überein. (Siehe vorstehende Zeichnungen. Die effektiven Werte sind der Grundlage EVK/50/3½ % entnommen, die ja auf der Erfahrung der EVK in den Jahren 1942 - 1948 basiert. Die Unstetigkeitsstelle beim Alter 65 in der dritten Grafik kommt dadurch zustande, dass vom 65. Jahr an zu den Invaliden noch die Pensionierten gezählt werden.) Ausserdem weichen die Werte für Männer und Frauen stark voneinander ab. Es ist daher auf jeden Fall davon abzuraten, für beide Geschlechter die gleichen Grundlagen zu benützen. Invalidierungen sind für Männer vom 23. Altersjahr an weit seltener, für Frauen bis zum 55. Jahr häufiger als erwartet. Anders verhält es sich mit der Sterblichkeit. Sie ist für die Frauen durchwegs viel niedriger als die erwartete. Für Männer bis zum 3o. Altersjahr ist die Sterbewahrscheinlichkeit etwa gleich der rechnungsmässigen, für die älteren dagegen geringer. Durch die höhere Lebenserwartung erleidet die Kasse Verluste, weil der Barwert der laufenden Renten zu tief angesetzt ist. Von diesen Verlusten ist wiederum der Frauenbestand am stärksten betroffen.

Ebenso schwierig wie die Berechnung der Durchschnittsprämie einer offenen Gesamtheit ist deren Korrektur. Die zukünftige Entwicklung der Kasse bleibt ungewiss. Wenn wir weiterhin mit konstanten Beständen rechnen und das Eintrittsalter auf 22 Jahre festsetzen, ermässigt sich die Prämie der Männer auf Fr. 3o4.85, jene der Frauen erhöht sich auf Fr. 3o9.7o.

G VERGLEICH MIT DER GESCHLOSSENEN KASSE

Es interessiert schliesslich noch die Frage, zu welchem Ergebnis man gelangt wäre, hätte man statt mit einer offenen, konstanten Kasse mit einer geschlossenen gerechnet. Die letztere Methode hat den Vorteil, dass keine Annahmen über die zukünftige Bestandesentwicklung getroffen werden müssen. Die Bilanz einer geschlossenen Gesamtheit weist keine Eintrittsgewinne auf. Durch eine günstige Bestandesentwicklung können zwar welche entstehen, wenn auch vom Neuzugang die Durchschnittsprämie der Eintrittsgesamtheit verlangt wird. Sie dienen dann aber als stille Reserven, die bei einer allfälligen stärkeren Belastung durch die laufenden Renten berücksichtigt werden dürfen. Solche Reserven können unter Umständen eine vorübergehende Schwäche der Kasse auffangen und eine Sanierung oder Prämienerhöhung vermeiden helfen.

1. Eröffnungsbilanz

Bei einer Durchschnittsprämie von Fr. 456.14 für die Männer

und Fr. 28o.69 für die Frauen (siehe S 44) gelangen wir zu folgenden Eröffnungsbilanzen:

Eröffnungsbilanz/Männer

Aktiven	
a) Barwert der künftigen Prämien	Fr. 153'o29'949.-
b) Fonds	" 79'o59'549.-
Rundungsdifferenz	" 179.-
Total	Fr. 232'o89'677.-
Passiven	
a) Anwartschaft auf Renten	Fr. 153'o3o'128.-
b) Barwert der laufenden Renten	" 79'o59'549.-
Total	Fr. 232'o89'677.-

Eröffnungsbilanz/Frauen

Aktiven	
a) Barwert der künftigen Prämien	Fr. 1o'223'145.-
b) Fonds	" 7'785'452.-
Rundungsdifferenz	" 12.-
Total	Fr. 18'oo8'6o9.-
Passiven	
a) Anwartschaft auf Renten	Fr. 1o'223'157.-
b) Barwert der laufenden Renten	" 7'785'452.-
Total	Fr. 18'oo8'6o9.-

2. Einnahmen (in Fr. looo.-)

	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
Männer	14837	15512	16263	16943	17741	18898	2o151
Frauen	995	986	969	95o	935	924	929

3. Versicherungstechnische Bilanzen

Die folgende Seite zeigt die versicherungstechnischen Bilanzen (in Fr. looo.-) der Jahre 1942 - 1948.

4. Ergebnis

Bei den Männern führt natürlich auch das Bilanzieren in geschlossener Kasse zu einem Gewinn. Er entsteht dadurch, dass

Versicherungstechnische Bilanzen

a) Männer

Aktiven	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
Barwert der künftigen Beiträge	158247	164750	172535	178980	184435	203013	218658
Fonds	85877	93171	101032	109326	118146	127875	138629
Total	244124	257921	273567	288306	302581	330888	357287
Passiven							
Anwartschaft der Aktiven	153628	158502	163726	167978	172630	180261	188910
Barwert der laufenden Renten	81070	81884	82858	84436	86297	87912	89056
Gewinn	9426	17535	26983	35892	43654	62715	79321
Total	244124	257921	273567	288306	302581	330888	357287

b) Frauen

Aktiven							
Barwert der künftigen Beiträge	10246	9935	9465	9012	8682	8465	8538
Fonds	7919	8022	8091	8130	8133	8096	8030
Verlust	-	-	356	650	1008	1423	1745
Total	18165	17957	17912	17792	17823	17984	18313
Passiven							
Anwartschaft der Aktiven	10024	9972	9882	9754	9635	9580	9700
Barwert der laufenden Renten	7925	7978	8030	8038	8188	8404	8613
Gewinn	216	7	-	-	-	-	-
Total	18165	17957	17912	17792	17823	17984	18313

sich der Bestand vergrössert und erst noch verjüngt. Das Verhältnis Aktive/Rentner verbessert sich. Der Fonds reicht jederzeit aus, um die laufenden Renten zu decken.
Der Frauenbestand entwickelt sich entgegengesetzt. Er nimmt ab und sein Durchschnittsalter wird höher. Die Zahl der Rentnerinnen wächst. Der Fonds kann die laufenden Renten bald nicht mehr decken. Es kommt schon im dritten Jahr zu einem Verlust. Eine Sanierung und Prämienerhöhung ist unumgänglich. Die ausreichenden Durchschnittsprämien in Funktion der Zeit verhalten sich wie folgt:

Jahr	Männer	Frauen
1942	443.-	275.-
1943	439.-	282.-
1944	433.-	293.-
1945	428.-	3o4.-
1946	427.-	311.-
1947	4o5.-	318.-
1948	394.-	319.-

*** ***
***

ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSS

Die Bilanzposten einer Versicherungskasse sind auch dann variabel, wenn sich Umfang und Alterstruktur des Bestandes nicht verändern. Die ständig steigende Lebenserwartung, die verminderte Invalidierungshäufigkeit, eine andere Definition der Invalidität überhaupt, dann aber auch der ganz anders geartete Arbeitsmarkt bedingen wesentlich veränderte technische Rechnungsgrundlagen. Weil bei der Einführung neuer Grundlagen die Entlastungen jedesmal stärker anstiegen als die Belastungen, wurden auch die ausreichenden Durchschnittsprämien immer kleiner. Auffallend ist der Sprung beim Uebergang von EVK/37 auf EVK/5o. Im gewählten ersten Beispiel ist die Durchschnittsprämie rund ein Drittel kleiner , wenn wir statt mit einer geschlossenen mit einer offenen Gesamtheit rechnen. Je tiefer wir das Eintrittsalter ansetzen und je stärker der Bestand zunimmt, desto höhere Eintrittsgewinne lassen sich bilanzieren.

Der Einschluss künftiger Eintrittsgewinne in die Beitragsberechnung einer Versicherungskasse gründet darauf, dass man eine bestimmte Entwicklung für den versicherten Bestand annimmt. Weicht dann die tatsächliche Entwicklung von der vorausgesetzten ab, entsteht entweder ein Gewinn oder ein Verlust. In unserm zweiten Beispiel haben wir angenommen, der Bestand bleibe zahlenmässig konstant. Die Gesamtheit der Männer hat jedoch zu-, jene der Frauen abgenommen. Obwohl das Eintrittsalter für beide Geschlechter höher war als erwartet, ist der Männerbestand jünger geworden; das Durchschnittsalter der Frauen dagegen ist gestiegen. So erstaunt es nicht, dass in der Bilanz bei den Männern ein Gewinn, bei den Frauen aber ein Verlust entsteht. Eine weitere Ursache für dieses Ergebnis ist die Verwendung unangepasster Rechnungsgrundlagen. Die erwarteten Invalidierungen und Todesfälle stimmen mit den tatsächlich eingetretenen nicht überein.

***

Die Bilanzierung einer Versicherungskasse ist nur möglich, wenn einige Voraussetzungen getroffen werden. Die Höhe des Zinsfusses, der Renten, des versicherten Verdienstes ect. muss festgelegt sein. Diese konjunkturbedingten Annahmen liessen wir bei unserer Arbeit unberücksichtigt. Schon die Wahl der Rechnungsgrundlagen bedingt einen hohen Unsicher-Heitsfaktor, weil die vorausgesetzten Wahrscheinlichkeiten veränderlich sind.

Je weniger Hypothesen bei der Aufstellung eines Finanzplanes gemacht werden müssen, desto besser. Von diesem Standpunkt aus ist die Finanzierung nach dem Verfahren der geschlossenen Kasse unbedingt sicherer als nach jenem der offenen Kasse. Annahmen über die Entwicklung von Personengesamtheiten sind immer problematisch; denn im Grunde kann niemand wissen, wie nach Jahrzehnten der neue Versichertenbestand aussieht. Die Voraussetzung einer sich ewig erneuernden Gesamtheit ist eine äusserst schwierige Hypothese. Dass sich die Nachteile falscher Annahmen meist erst nach Generationen auswirken, ändert nichts an dieser Tatsache.

Weil die offene Kasse mit niedrigeren Durchschnittsprämien auskommt als die geschlossene Kasse, entsteht vielfach der Eindruck, ihre Finanzierung sei billiger. Die Verfahren sind beide gleich teuer; sie unterscheiden sich lediglich durch die zeitliche Ansetzung der Beitragsleistung. Während in der geschlossenen Kasse jede Generation ihre Renten selber finanziert, entlastet die offene Kasse die Eintrittsgeneration und lässt alle später Eintretenden das Defizit verzinsen. Es ist nicht ausgeschlossen, dass sich eine Nachfolgergeneration einmal weigert, die Last der Vorfahren zu tragen, und eine neue, billigere Kasse gründet. Weil in der alten Kasse der Fehlbetrag zwar verzinst aber nicht abgetragen wird, sind dann die Rentenansprüche der letzten Versicherten nicht gewahrt. [4]

*** ***
***

A N H A N G

Tabelle 1

Die Altersstrukturen der Aktiven und Rentner in Modellkasse 1

Alter x/y	aktive Männer	aktive Frauen	IR	WR
2o	-	1o	-	-
21	2	43	-	-
22	1o	72	-	-
23	1o	66	-	-
24	15	7o	-	-
25	11	46	-	-
26	2o	69	-	-
27	19	34	-	-
28	21	29	-	-
29	29	27	-	1
3o	27	26	-	-
31	26	24	-	-
32	33	19	-	-
33	3o	19	-	-
34	36	11	-	-
35	3o	27	-	1
36	34	13	-	-
37	37	22	-	-
38	34	29	-	-
39	31	19	1	-
4o	32	14	-	1
41	33	13	-	-
42	28	3o	-	-
43	34	16	-	1
44	3o	13	-	1
45	27	24	-	-
46	29	22	-	1
47	27	26	1	1
48	29	18	-	1
49	23	21	-	1
5o	26	14	-	-
51	21	6	-	1
52	21	1o	1	1
53	15	13	-	3
54	18	18	-	1
55	19	11	-	1
56	19	15	1	2
57	18	6	-	2
58	19	3	-	1
59	14	11	1	2
6o	13	8	3	3
61	12	6	1	2
62	11	4	1	3
63	13	2	2	3
64	7	1	4	2
65	6	-		
66	1	-		
	1ooo	1ooo	Total Aktive	

Alter x/y	AR	WR
65	8	5
66	15	2
67	1o	4
68	9	3
69	1o	4
7o	7	2
71	6	5
72	6	4
73	5	4
74	5	3
75	6	3
76	4	5
77	5	4
78	2	4
79	3	2
8o	3	2
81	3	3
82	1	2
83	1	2
84	1	3
85	3	-
86	3	1
87	1	1
88	1	1
89	1	1
9o	-	-
91	-	-
92	-	1
93	1	-
94	-	-
95	-	1
96	-	-
97	-	-
98	-	-
99	-	-
Total Rentner	136	1o8

EVK/22/3½ %

Tabelle 2

x	$L_x \cdot 1000 \cdot a^{a\frac{1}{2}a}{}_{+o6}{}^{aa}{}_{a}{}^{aw}$	$L_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{65-x}}^{(12)}$	$V(P_\Delta)_x$	P_x	$P_\Delta - P_x$
2o	-	-	- 6'664	163.43	332.23
21	6'78o	39.566	- 6'416	171.36	324.3o
22	35'o6o	195.o4o	- 6'162	179.76	315.9o
23	36'23o	192.26o	- 5'9o7	188.44	3o7.22
24	56'145	284.19o	- 5'648	197.56	298.1o
25	42'548	2o5.26o	- 5'381	2o7.29	288.37
26	79'84o	367.36o	- 5'112	217.33	278.33
27	78'28o	343.33o	- 4'837	228.--	267.66
28	89'2o8	373.149	- 4'559	239.o7	256.59
29	126'991	5o6.253	- 4'274	25o.84	244.82
3o	121'716	462.834	- 3'989	262.98	232.68
31	12o'536	437.294	- 3'7o1	275.64	22o.o2
32	157'179	544.137	- 3'41o	288.86	2o6.8o
33	146'73o	484.56o	- 3'115	3o2.81	192.85
34	18o'864	568.98o	- 2'81o	317.87	177.79
35	154'53o	463.44o	- 2'5o6	333.44	162.22
36	179'656	512.856	- 2'193	35o.3o	145.36
37	2oo'5o3	544.27o	- 1'872	368.39	127.27
38	188'87o	487.118	- 1'546	387.73	1o7.93
39	176'483	432.o78	- 1'216	4o8.45	87.21
4o	186'624	433.28o	- 879	43o.72	64.94
41	197'o43	433.389	- 539	454.66	41.--
42	171'136	355.992	- 19o	48o.73	14.93
43	212'738	417.724	+ 167	5o9.28	- 13.62
44	192'ooo	355.44o	36o	54o.18	- 44.52
45	176'742	3o7.854	894	574.11	- 78.45
46	194'o1o	317.521	1'263	611.o1	- 115.35
47	184'59o	283.23o	1'638	651.76	- 156.1o
48	2o2'594	29o.6o9	2'o19	697.14	- 2o1.48
49	164'128	219.558	2'4o4	747.54	- 251.88
5o	189'54o	235.612	2'798	8o4.46	- 3o8.8o
51	156'387	179.949	3'2oo	869.o6	- 373.4o
52	159'7o5	169.4o7	3'6o7	942.73	- 447.o7
53	116'475	113.34o	4'o2o	1'o27.66	- 532.--
54	142'722	126.684	4'44o	1'126.6o	- 63o.94
55	153'8o5	123.633	4'87o	1'244.o4	- 748.38
56	156'978	113.316	5'3o6	1'385.31	- 889.65
57	151'758	97.398	5'749	1'558.12	-1o62.46
58	163'438	92.131	6'199	1'773.97	-1278.31
59	122'92o	59.864	6'661	2'o53.32	-1557.66
6o	116'649	47.879	7'147	2'436.33	-194o.67
61	11o'28o	36.768	7'671	2'999.35	-25o3.69
62	1o3'774	26.51o	8'239	3'914.52	-3418.86
63	126'438	22.139	8'882	5'711.1o	-5215.44
64	17o'7oo	6.412	9'646	11o26.2o	-1o53o.54
	6'1o1'323	12'3o9.614	Total prämienpflichtige Aktive		
65	61'356				
66	9'855				
	6'172'534		Total alle Aktive		

EVK/37/3½ %/I

Tabelle 3

x	$L_x \cdot 1000 \cdot a^{ai} + a^{aa} + o{,}6 a^{aw}$	$L_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{65-x}\rceil}^{(12)}$	$V(P_\Delta)_x$	P_x	$P_\Delta - P_x$
2o	-	-	- 6'933	16o.43	334.91
21	6'834	4o.934	- 6'721	166.95	328.39
22	35'2oo	2o2.27o	- 6'499	174.o2	321.32
23	36'28o	199.77o	- 6'267	181.61	313.73
24	56'1oo	295.77o	- 6'o27	189.67	3o5.67
25	42'427	213.939	- 5'777	198.31	297.o3
26	79'54o	383.44o	- 5'52o	2o7.44	287.9o
27	77'9oo	358.796	- 5'254	217.12	278.22
28	88'725	39o.348	- 4'982	227.3o	268.o4
29	126'266	53o.o91	- 4'7oo	238.2o	257.14
3o	121'149	484.893	- 4'4o9	249.85	245.49
31	12o'25o	458.276	- 4'1o6	262.4o	232.94
32	157'113	57o.438	- 3'8o1	275.43	219.91
33	147'21o	5o7.9oo	- 3'479	289.84	2o5.5o
34	181'872	596.376	- 3'154	3o4.96	19o.38
35	156'o6o	485.7oo	- 2'818	321.31	174.o3
36	182'1o4	537.3o2	- 2'472	338.92	156.42
37	2o3'944	57o.o22	- 2'119	357.78	137.56
38	192'848	5o9.898	- 1'757	378.21	117.13
39	18o'916	451.887	- 1'385	4oo.36	94.98
4o	192'128	452.64o	- 1'oo3	424.46	7o.88
41	2o3'775	452.199	- 613	45o.63	44.71
42	177'744	371.ooo	- 215	479.o9	16.25
43	221'884	434.724	193	51o.4o	- 15.o6
44	2o1'15o	369.42o	6o5	544.5o	- 49.16
45	185'976	319.437	1'o28	582.2o	- 86.86
46	2o5'o3o	328.947	1'451	623.29	- 127.95
47	195'777	292.923	1'877	668.36	- 173.o2
48	215'47o	3oo.179	2'3o3	717.81	- 222.47
49	174'915	226.573	2'824	772.--	- 276.66
5o	2o2'228	242.996	3'149	832.23	- 336.89
51	166'95o	185.514	3'574	899.93	- 4o4.59
52	17o'667	174.531	4'olo	977.86	- 482.52
53	124'575	116.655	4'453	1'o67.89	- 572.55
54	152'784	13o.14o	4'9o7	1'174.--	- 678.66
55	164'787	126.8o6	5'367	1'299.52	- 8o4.18
56	168'359	116.o33	5'836	1'45o.96	- 955.62
57	162'846	99.612	6'3o6	1'634.8o	-1139.46
58	175'484	94.o88	6'783	1'865.11	-1369.77
59	131'992	61.o26	7'269	2'162.88	-1667.54
6o	125'216	48.724	7'775	2'569.9o	-2o74.56
61	118'284	37.332	8'316	3'168.43	-2673.o9
62	111'21o	26.84o	8'9o1	4'143.44	-3648.1o
63	135'33o	22.321	9'56o	6'o62.9o	-5567.56
64	75'453	6.447	1o'323	11703.58	-11208.24
	6'352'752	12'825.157	Total prämienpflichtige Aktive		
65	64'992				
66	1o'445				
	6'428'189		Total alle Aktive		

EVK/5o/3½ %

Tabelle 4

x	$L_x \cdot 1ooo \cdot a^{ai} + a^{as} + o{,}6a^{aw}$	$L_x \cdot \ddot{a}^{(12)}_{x:65-x}$	$V(P_\Delta)_x$	P_x	$P_\Delta - P_x$
2o	-	-	- 6'616	142.11	3o9.69
21	6'256	42.322	- 6'433	147.82	3o3.98
22	32'24o	2o9.49o	- 6'241	153.9o	297.9o
23	33'26o	2o7.27o	- 6'o38	16o.47	291.33
24	51'465	3o7.44o	- 5'829	167.4o	284.4o
25	38'94o	222.794	- 5'611	174.78	277.o2
26	73'12o	4oo.o2o	- 5'38o	182.79	269.o1
27	71'687	375.o22	- 5'145	191.15	26o.65
28	81'816	4o8.723	- 4'897	2oo.17	251.63
29	116'696	556.133	- 4'64o	2o9.83	241.97
3o	112'185	5o9.679	- 4'374	22o.11	231.69
31	111'54o	482.716	- 4'o98	231.o7	22o.73
32	146'157	6o1.986	- 3'813	242.79	2o9.o1
33	137'22o	537.15o	- 3'515	255.46	198.34
34	17o'o28	631.98o	- 3'2o8	269.o4	182.76
35	146'31o	515.73o	- 2'89o	283.69	168.11
36	171'19o	571.676	- 2'562	299.45	152.35
37	192'363	6o7.725	- 2'222	316.53	135.27
38	182'41o	544.714	- 1'873	334.87	116.93
39	171'616	483.724	- 1'514	354.78	97.c2
4o	182'816	485.568	- 1'143	376.5o	75.3o
41	194'535	486.123	- 76o	4oo.18	51.62
42	17o'24o	399.672	- 369	425.95	25.85
43	213'18o	469.37o	33	454.18	- 2.38
44	193'92o	399.72o	477	485.14	- 33.34
45	179'847	346.464	864	519.o9	- 67.29
46	199'o27	357.512	1'293	556.7o	- 1o4.9o
47	19o'836	318.924	1'731	598.37	- 146.57
48	211'o33	327.294	2'178	644.78	- 192.98
49	172'224	247.273	2'712	696.49	- 244.69
5o	2oo'3o4	265.33o	3'o93	754.92	- 3o3.12
51	166'32o	2o2.65o	3'56o	82o.73	- 368.93
52	17o'919	19o.785	4'o34	895.87	- 444.o7
53	125'415	127.65o	4'516	982.49	- 53o.69
54	154'53o	142.686	5'oo4	1'o83.o1	- 631.21
55	167'447	139.327	5'5oo	1'2o1.83	- 75o.o3
56	171'798	127.813	6'oo3	1'344.14	- 892.34
57	166'95o	1o9.98o	6'515	1'518.--	-1o66.2o
58	18o'747	1o4.1o1	7'o38	1'736.27	-1284.47
59	136'598	67.648	7'574	2'o19.25	-1567.45
6o	13o'117	54.145	8'127	2'4o3.12	-1951.32
61	123'312	41.688	8'7o6	2'957.97	-25o6.17
62	116'16o	3o.25o	9'318	3'84o.--	-3388.2o
63	141'349	25.766	9'978	5'485.87	-5o34.o7
64	79'926	8.o64	1o'898	9'911.46	-9459.66
	6'186'o49	13'692.o97	Total prämienpflichtige Aktive		
65	71'25o				
66	11'4o8				
	6'268'7o7		Total alle Aktive		

EVK/6o/3½ %/A

Tabelle 5

x	$L_x \cdot 1000 \cdot a^{ai}+a^{aa}+{}_0a^{aw}$	$L_x \cdot \ddot{a}^{(12)}_{x:\overline{65-x}}$	$V(P_\Delta)_x$	P_x	$P_\Delta - P_x$
2o	-	-	- 6'917	133.67	314.81
21	6'o82	43.5o2	- 6'714	139.81	3o8.67
22	31'47o	215.19o	- 6'5o4	146.24	3o2.24
23	32'56o	212.78o	- 6'287	153.o2	295.46
24	5o'52o	315.42o	- 6'o63	16o.17	288.31
25	38'335	228.437	- 5'829	167.81	28o.67
26	72'1oo	4o9.92o	- 5'587	175.89	272.59
27	7o'851	384.o66	- 5'337	184.48	264.--
28	8o'976	418.383	- 5'o79	193.55	254.93
29	115'652	569.oo9	- 4'812	2o3.25	245.23
3o	111'294	521.316	- 4'537	213.49	234.99
31	11o'838	493.61o	- 4'251	224.55	223.93
32	145'398	615.483	- 3'959	236.23	212.25
33	136'62o	549.18o	- 3'656	248.77	199.71
34	169'452	646.164	- 3'343	262.24	186.24
35	145'92o	527.43o	- 3'o21	276.66	171.82
36	17o'884	584.834	- 2'688	292.19	156.29
37	192'1o4	621.933	- 2'347	3o8.88	139.6o
38	182'342	557.77o	- 1'994	326.91	121.57
39	171'7o9	495.628	- 1'631	346.45	1o2.o3
4o	183'o72	497.888	- 1'257	367.7o	8o.78
41	194'964	498.861	- 872	39o.82	57.66
42	17o'8oo	41o.5o8	- 475	416.o7	32.41
43	214'166	482.528	- 66	443.84	4.64
44	195'15o	411.27o	+ 357	474.51	- 26.o3
45	181'278	356.724	789	5o8.17	- 59.69
46	2o1'o28	368.329	1'236	545.78	- 97.3o
47	193'158	328.752	1'693	587.55	- 139.o7
48	214'136	337.473	2'165	634.53	- 186.o5
49	175'191	254.955	2'646	687.14	- 238.66
5o	2o4'3o8	273.494	3'14o	747.o3	- 298.55
51	17o'226	2o8.719	3'649	818.47	- 369.99
52	175'518	196.266	4'167	894.2o	- 445.72
53	129'255	131.o85	4'698	986.o4	- 537.56
54	159'858	146.16o	5'239	1'o93.72	- 645.24
55	173'888	142.272	5'794	1'222.22	- 773.74
56	179'132	129.998	6'359	1'377.96	- 929.48
57	174'798	111.312	6'938	1'57o.34	-1121.86
58	19o'o19	1o4.728	7'529	1'814.4o	-1365.92
59	144'214	67.536	8'138	2'135.36	-1686.88
6o	137'93o	53.534	8'763	2'576.49	-2128.o1
61	131'232	4o.644	9'417	3'228.82	-278o.34
62	124'113	28.864	1o'1o6	4'299.92	-3851.44
63	151'6o6	23.634	1o'847	6'414.74	-5966.26
64	84'6o2	6.657	11'659	127o8.72	-12260.24
	6'288'749	14'o22.246	Total prämienpflichtige Aktive		
65	75'45o				
66	12'149				
	6'376'348		Total alle Aktiven		

EVK/6o/3½ %/A Frauen

Tabelle 6

y	$L_y \cdot 1000 \cdot a^{ai}_{+a^{aa}}$	$L_y \cdot \ddot{a}^{(12)}_{y:\overline{6o-y}}$	P_y
2o	37'21o	211.18o	176.2o
21	165'378	896.98o	184.37
22	286'2oo	1'482.624	193.o4
23	271'128	1'34o.79o	2o2.22
24	297'15o	1'4o1.89o	211.96
25	2o1'848	9o7.534	222.41
26	312'915	1'339.98o	233.52
27	159'392	649.4oo	245.45
28	14o'5o5	544.272	258.15
29	135'162	497.475	271.7o
3o	134'55o	469.82o	286.39
31	128'376	424.848	3o2.17
32	1o5'o32	329.o99	319.15
33	1o8'585	321.594	337.65
34	64'966	181.698	357.55
35	164'862	434.592	379.35
36	82'o43	2o3.567	4o3.o3
37	143'528	334.576	428.98
38	195'634	427.518	457.6o
39	132'525	27o.94o	489.13
4o	1oo'968	192.668	524.o5
41	96'967	172.224	563.o3
42	231'45o	381.51o	6o6.67
43	127'712	194.688	655.98
44	1o7'354	15o.839	711.71
45	2o4'984	264.552	774.83
46	194'3o4	229.46o	846.79
47	237'354	255.398	929.35
48	169'758	165.672	1'o24.66
49	2o4'561	179.991	1'136.51
5o	14o'84o	11o.922	1'269.72
51	62'346	43.542	1'431.86
52	1o7'36o	65.72o	1'633.6o
53	144'261	76.232	1'892.39
54	2o6'586	92.376	2'236.36
55	13o'669	48.1o3	2'716.44
56	184'635	53.73o	3'436.35
57	76'6o8	16.53o	4'634.48
58	39'792	5.661	7'o29.15
59	151'844	1o.692	14'2o1.65
6o	115'16o	-	
61	84'o6o	-	
62	54'488	-	
63	26'46o	-	
64	12'835	-	
	6'48o'345	15'38o.887	alle aktiven Frauen

LITERATURVERZEICHNIS

Es werden nur die unmittelbar für die Dissertation verwendeten, zitierten Bücher genannt.

[1] E. Zwinggi — Versicherungsmathematik (2. Auflage, 1958)

[2] M. Gürtler — Die Kalkulation der Versicherungsbetriebe (2. Auflage, 1958)

[3] W. Möschler — Untersuchungen über Eintrittsgewinn und Fehlbetrag einer Versicherungskasse (Dissertation, 1935)

[4] Personalfürsorge — Band 3, Nr. 2, Nov. 1962 Die Aufsätze von E. Kaiser, H. Ammeter, H. Jecklin

Rechnungsgrundlagen:

EVK/22/3½ % — Die Rechnungsgrundlagen der Versicherungskasse für die eidgenössischen Beamten, Angestellten und Arbeiter, Bern 1922, bearbeitet von Dr. H. Grieshaber zu 4½ %, umgerechnet auf 3½ % von Dr. W. Schöb und Dr. Steiger-Simonett, Bern 1937

i_x — nach Sucro 1890 - 1914: Bayrische Eisenbahnbeamte, München 1916

q^a_x — nach Leubin und Hofstetter: Beamte der schweizerischen Bundesbahn, Bern 1917

q^i_x — nach Leubin und Hofstetter

$q^w_y + h^w_y$ — nach Leubin und Hofstetter

EVK/37/3½ %/I — Technische Grundlagen für die EVK nach den Erfahrungen der Kasse in den Jahren 1924 - 1935. Sammlung I: i_x bis $x = 47$ EVK, M(III); $x = 48$ und 49 grafisch gemittelt, $x = 50$ und grösser nach Sucro. Uebrige Werte nach EVK/PHK

EVK/50/3½ % — Technische Grundlagen für die EVK nach den Erfahrungen der Kasse in den Jahren 1942 - 1948.

EVK/60/3½ %/A — Technische Grundlagen für die EVK nach den Erfahrungen der Kasse in den Jahren 1952 - 1958. Ausgabe A: i_x nach EVK (d.h. ein Mitglied wird erst dann invalid erklärt, wenn es während eines Jahres arbeitsunfähig war)

LEBENSLAUF

Als Bürgerin von Hergiswil/NW wurde ich, Irène Clara Häberle, am 11. Juni 1942 in Liestal geboren. Bis zum Tode meines Vaters, im Jahre 1947, wohnte ich in Basel. Danach erkrankte ich an Spondylitis und verbrachte in der Folge über acht Jahre in Sanatorien und Spitälern.

Im Frühling 1957 trat ich in die dritte Klasse der Basler Mädchenrealschule ein. Von 1959 - 1963 besuchte ich die Kantonale Handelsschule, wo ich die Maturitätsprüfung bestand.

Seit dem Sommersemester 1963 bin ich an der Universität Basel immatrikuliert und studiere Versicherungswissenschaft, Mathematik, Astronomie, Nationalökonomie und Theologie.
Ich besuchte die Vorlesungen, Uebungen oder Seminarien folgender Herren Professoren und Privatdozenten:
E. Zwinggi, P. Leepin, B. Romer, M. Gürtler,
M. Grossmann;
W. Habicht, R. Conzelmann, M. Eichler;
W. Becker, U. Steinlin;
H. Guth, G. Bombach, J. Stohler +;
K. Barth +, H. Ott, F. Buri.

Im Sommersemester 1966 liess ich mich beurlauben, um ein Auslandpraktikum bei der Bâloise-Vie in Paris machen zu können.
Während meines ganzen Studiums war ich aushilfsweise im Büro Dr. W. Schöb & Cie. Ich habe dort sehr viel gelernt und im Hinblick auf meine Dissertation viele wertvolle Anregungen und praktische Erfahrungen sammeln können.

An dieser Stelle möchte ich allen meinen Lehrern meinen aufrichtigen Dank aussprechen. Besonderer Dank gebührt Herrn Prof. Dr. E. Zwinggi, unter dessen Leitung die vorliegende Arbeit entstand.

*** ***
***